

## MODELING OF THE DIESEL ENGINE IN RESEARCHES OF DYNAMICS OF MACHINE TRACTOR UNITS

### Summary

*In article the mathematical description of diesel engines of machine tractor units of different function in researches of their dynamics is stated by working out of new technics. In article methodical positions of modeling of diesel engines in various problems of dynamics of tractor units are considered. Developed variants of mathematical descriptions of the diesel engine are presented, and the variant choice is defined by problems of concrete research of dynamics of the machine tractor unit.*  
**Key words:** the machine tractor unit, dynamics modeling, the mathematical description of the diesel engine, dynamics research

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ДИНАМИКИ МАШИННЫХ ТРАКТОРНЫХ АГРЕГАТОВ

### Резюме

*В статье изложено математическое описание дизельных двигателей машинных тракторных агрегатов различного назначения в исследованиях их динамики при разработке новой техники. В статье рассмотрены методические положения моделирования дизельных двигателей в различных задачах динамики тракторных агрегатов. В публикации представлены разработанные варианты математических описаний дизельного двигателя. Выбор варианта определяется задачами конкретного исследования динамики машинного тракторного агрегата.*  
**Ключевые слова:** машинный тракторный агрегат, моделирование динамики, математическое описание дизельного двигателя, исследования динамики

### 1. Введение

Совершенствование машинных тракторных агрегатов (МТА) привело к существенной интенсификации их рабочих процессов, повышению единичных мощностей, зачастую, скоростей движения, грузоподъемности или грузоемкости, главных технологических параметров, например, ширины захвата, а также к комбинированию технологического процесса совмещением в рамках одного агрегата нескольких технологических операций, к примеру, предпосевной обработки почвы и т.п. [1, 2, 3, 4, 7]. Однако все это также привело и к большей динамичности таких тракторных агрегатов. Обусловило применение разветвленных механических и гидромеханических приводов движителей, активных рабочих органов и активизируемых ведущих колес на агрегируемом с трактором технологическом модуле, существенное изменение их конструктивной концепции, использование дизельных двигателей с более прогрессивными системами топливоподачи, широкое применение электроники в системах автоматического управления скоростными и силовыми режимами таких дизелей. Перечисленные изменения требуют дальнейшего рассмотрения [1, 2, 5], с целью развития теории перспективных тракторных агрегатов для обоснованного выбора рациональных конструктивных и режимных параметров, как агрегата в целом, так и его функциональных подсистем, к примеру, двигателя, коробки передач, связей между мостами и связей между колесами трансмиссии, движителя и др.

Создание тракторных технологических агрегатов на базе колесного трактора с неизбежностью приводит к необ-

ходимости учета динамических нагрузок в трансмиссии. Это существенно, так как параметры двигателя, инерционные и геометрические параметры агрегата, жесткости, трение и демпфирование, маховые массы в трансмиссии обуславливают характер и уровни колебаний движущихся масс и нагрузок. Такие нагрузки могут во много раз превосходить статические, а поэтому их необходимо знать, чтобы правильно выбирать расчетные значения при прочностных и ресурсных расчетах проектируемого агрегата, а также для правильной оценки спектра определяющих эксплуатационных свойств создаваемого машинного тракторного агрегата.

В статье рассмотрены методические положения моделирования дизельных двигателей в различных задачах динамики тракторных агрегатов.

### 2. Математическое описание дизельного двигателя при решении задач динамики машинных тракторных агрегатов

При проектировании самоходных машин необходимо моделировать характеристику дизельного двигателя, что, зачастую, на стадии предпроектных исследований, представляет некоторое затруднение. Рассмотрим порядок построения такой характеристики на конкретном примере атмосферного дизеля со всережимным регулятором.

Примем в качестве исходных следующие данные:

- потребная номинальная мощность  
 $P_{e\text{ nom}}$  двигателя, кВт . . . . . 58,5

- номинальная частота вращения

$n_{nom}$  коленвала двигателя, об/мин . . . 2100

- удельный расход топлива на номинальном режиме, г/(кВт·ч) . . . 222

Расчеты выполняются в следующей последовательности.

Номинальный крутящий момент двигателя:

$$M_{e_{nom}} = \frac{60P_{e_{nom}}}{2\pi \cdot n_{nom}} = \frac{P_{e_{nom}}}{\omega_{nom}}, \text{ кН*м,}$$

$$M_{e_{nom}} = \frac{60 \cdot 58.5 \cdot 1000}{2 \cdot 3.14 \cdot 2100} = 266.2, \text{ Н*м}$$

Принимая коэффициент запаса крутящего момента  $\mu = 15\%$ , что характерно для атмосферных дизелей, находим максимальный крутящий момент двигателя:

$$M_{max} = \frac{100 + \mu}{100} \cdot M_{e_{nom}} = \frac{100 + 15}{100} \cdot 266.2 = 306, \text{ Н*м}$$

Н\*м

Коэффициент приспособляемости по моменту:

$$\chi_P = \frac{M_{max}}{M_{e_{nom}}} = \frac{306}{266.2} = 1.15$$

Принимая степень неравномерности регулятора тракторного двигателя -  $\delta = 6\%$ , определяем максимальную частоту вращения коленчатого вала двигателя:

$$n_{max} = n_{nom} \cdot \frac{200 + \delta}{200 - \delta} = 2100 \cdot \frac{200 + 6}{200 - 6} \approx 2300, \text{ об/мин.}$$

Примем коэффициент приспособляемости по частоте равным

$$\chi_B = \frac{n_{nom}}{n_{min}} = 1.45,$$

где  $n_{min}$  - минимальная частота устойчивой работы двигателя, часто принимают  $n_{min} = n_{M_{max}}$ .

Тогда значения коэффициентов в формулах Лейдермана С.Р. [5, 7, 8] равны:

$$a = \frac{\chi_P \cdot \chi_B \cdot (2 - \chi_B) - 1}{\chi_B \cdot (2 - \chi_B) - 1}, a=0,41;$$

$$b = -\frac{2 \cdot \chi_B \cdot (\chi_P - 1)}{\chi_B \cdot (2 - \chi_B) - 1}, b=2,15;$$

$$c = \frac{\chi_B^2 \cdot (\chi_P - 1)}{\chi_B \cdot (2 - \chi_B) - 1}, c=-1,56.$$

Так как проверка сходится:  $a + b + c = 1$ , то коэффициенты формулы Лейдермана С.Р. определены правильно. Тогда мощность двигателя при заданном значении частоты вращения коленчатого вала определяется из выражения:

$$P_e = P_{e_{nom}} \times \left[ a \cdot \frac{n}{n_{max}} + b \cdot \left( \frac{n}{n_{max}} \right)^2 - c \cdot \left( \frac{n}{n_{max}} \right)^3 \right]$$

Используя рассчитанные значения мощности двигателя, вычисляем значения текущего крутящего момента двигателя по формуле

$$M_e = \frac{60P_e}{2\pi \cdot n}.$$

Часовой расход топлива при номинальной мощности [1, 2]:

$$G_{h_{nom}} = g_{e_{nom}} \cdot P_{e_{nom}} / 1000 = 222 \cdot 58.5 / 1000 = 13 \text{ кг/ч.}$$

Рассчитываем часовой расход топлива при максимальной частоте вращения коленчатого вала, принимая среднестатистический для дизелей конкретного типа коэффициент связи часовых расходов топлива дизеля с всережимным регулятором при номинальной мощности и при максимальных оборотах холостого хода, равным  $k=0,25$ , тогда

$$G_{h_x} = k \cdot G_{h_{nom}} = 0.25 \cdot 13 = 3.25 \text{ кг/ч.}$$

Если в качестве аргумента принять крутящий момент, то частоту вращения коленчатого вала двигателя, часовой и удельный эффективный расходы топлива, при изменении крутящего момента от нуля до номинального значения (для регуляторной ветви скоростной характеристики двигателя), можно определить по формулам:

$$n = n_{max} - (n_{max} - n_{nom}) \frac{M_e}{M_{e_{nom}}},$$

$$G_h = (G_{h_{nom}} - G_{h_x}) \frac{M_e n}{M_{e_{nom}} n_{nom}},$$

$$g_h = (g_{h_{nom}} - g_{h_x}) \cdot \frac{M_e \cdot n}{M_{e_{nom}} \cdot n_{nom}},$$

а при изменении крутящего момента от номинального до максимального значения (корректорная ветвь) числовые значения тех же величин можно определить по выражениям:

$$n = n_{nom} \left( \alpha + (1 - \alpha) \sqrt{\frac{M_{e_{max}} - M_e}{M_{e_{max}} - M_{e_{nom}}}} \right),$$

$$G_h = G_{h_{nom}} \left[ \frac{\gamma - \alpha^2}{1 - \alpha} \left( 1 - \frac{n}{n_{nom}} \right) + \left( \frac{n}{n_{nom}} \right)^2 \right] \frac{M_e n}{M_{e_{nom}} n_{nom}},$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\chi_B} = \frac{n_{M_{max}}}{n_{nom}} - \text{степень снижения частоты}$$

вращения коленчатого вала двигателя в области использования запаса крутящего момента, принимаем 0,7;  $\gamma$  - степень изменения удельного расхода топлива на внешней ветви скоростной характеристики, принимаем 1,05.

Мощность двигателя и удельный расход на корректорной ветви характеристики рассчитываем по формулам:

$$P_e = \frac{\pi \cdot n \cdot M_e}{30} \text{ и } g_e = \frac{1000 \cdot G_h}{P_e}, \text{ г/кВт*ч.}$$

Проведем расчеты по приведенному алгоритму при различных значениях крутящего момента на валу

двигателя: от режима максимального крутящего момента и до режима холостого хода. По результатам расчетов можно построить регуляторную нагрузочную характеристику -  $P_e(M_e)$ ,  $n(M_e)$ ,  $G_h(M_e)$ ,  $g_e(M_e)$  (рисунок 1).

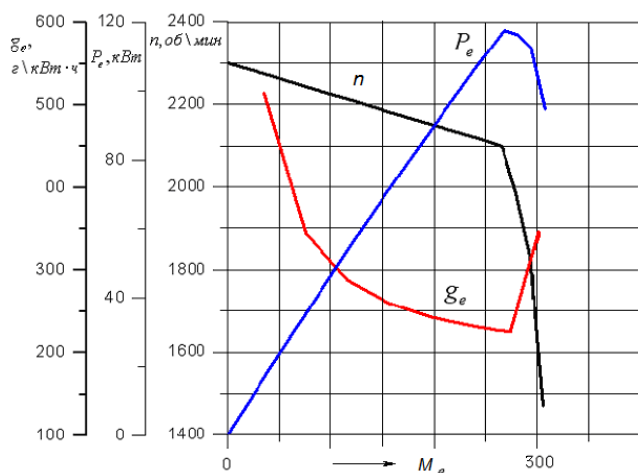


Рисунок 1. Расчетная регуляторная характеристика дизельного двигателя мощностью 58,5 кВт  
Fig. 1. Computable regulatory characteristic of a 58,5 kW diesel engine

По результатам тех же расчетов можно в функции частоты вращения вала двигателя построить скоростную характеристику дизеля – графики зависимостей  $P_e(n)$ ,  $M_e(n)$ ,  $G_h(n)$ ,  $g_e(n)$  (рисунок 2).

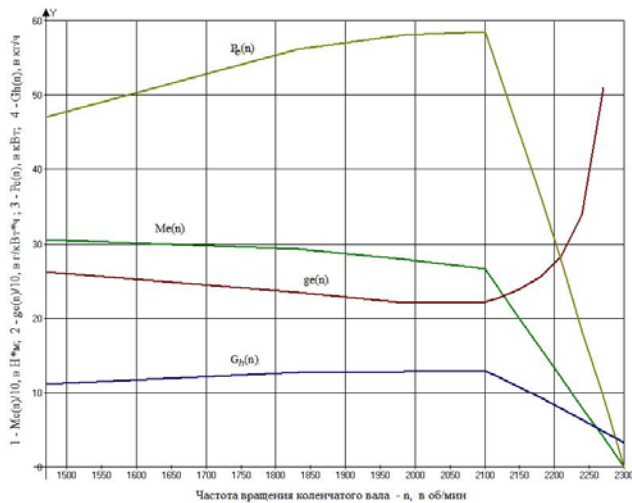


Рисунок 2. Расчетная внешняя скоростная характеристика дизельного двигателя мощностью 58,5 кВт  
Fig. 2. Computable external high-speed characteristic of a 58,5 kW diesel engine

Приведенные на рисунках 1 и 2 характеристики дизельного двигателя используют при проектном статическом анализе тяговых и тягово-динамических свойств разрабатываемого трактора или машинного тракторного агрегата [2, 5, 9, 10].

Для исследования переходных режимов проектируемых тракторных агрегатов на разработанных математических моделях также необходимо определять текущий крутящий момент двигателя.

Математическая модель тракторного дизеля в этом случае может составляться при допущении о том, что в переходных режимах характер зависимости момента двигателя от частоты вращения, положения педали «газа» и положения рычага регулятора не отличается существенно от таковых при равновесных скоростных режимах. Хотя в известной монографии академика В. Н. Болтинского "Работа тракторного двигателя при неустановившейся нагрузке" приведены данные о наличии такого влияния.

Рассматривая дизельный двигатель как регулируемую систему, его представляют двумя динамическими звеньями:

- первое – собственно двигатель в виде инерционной массы, который имеет в качестве входа угловую скорость  $\omega$  и обратную связь с регулятором топливного насоса по ходу его рейки  $h_p$ , а также имеет выходом - крутящий момент  $M_e$ ;
- второе – всережимный регулятор топливного насоса высокого давления (ТНВД), который имеет один вход – угловую скорость  $\omega$ , а второй вход – положение рычага  $x_p$  подачи топлива, тогда как выходом является ход рейки  $h_p$ .

Из сказанного следует, что крутящий момент двигателя определяется как функция двух переменных в виде  $M_e=f(\omega, h_p)$ . И хотя в переходных режимах взаимное изменение аргументов этой функции приводит к мгновенным значениям момента двигателя, отличающихся от статических, но, с учетом принятого допущения, модель момента дизеля принимается безинерционной факторной, описывающей статические характеристики двигателя при различных фиксированных положениях рейки топливного насоса [2, 5, 7, 9].

В качестве аналитического описания зависимости момента  $M_e$  только от угловой скорости  $n$  ( см. рисунок 2), используют приведенные ранее выражения.

При разработке программ управления двигателями, полезно использовать многопараметровую комплексную характеристику дизельного двигателя (рисунок 3) [5, 6, 7].

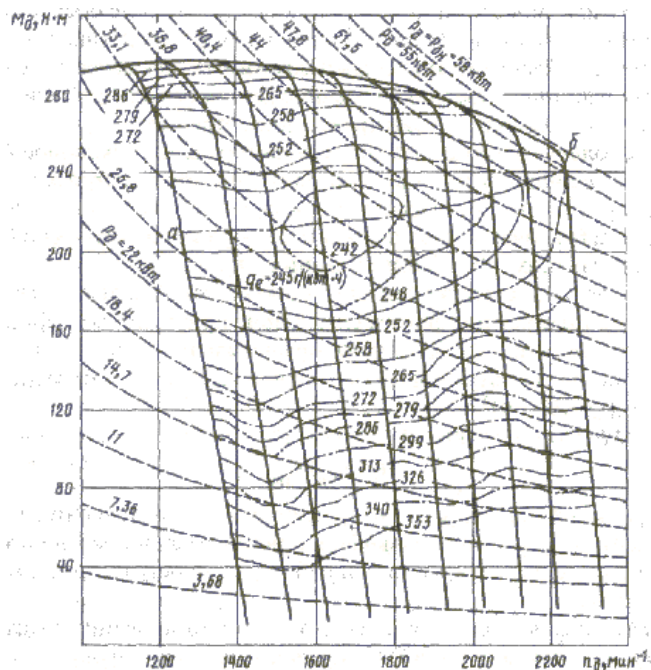


Рисунок 3. Комплексная скоростная характеристика тракторного дизеля  
Fig. 3. The complex high-speed characteristic of a tractor diesel engine

Сплошные линии на рисунке 3 – это регуляторные и внешние ветви скоростной характеристики дизельного двигателя; штриховые – вспомогательные линии постоянной мощности; штрих-пунктирные линии – изолинии-характеристики удельного расхода топлива; аб – характеристика минимального удельного эффективного расхода топлива.

Как видно из анализа рисунка 3 приведенные выражения не изменяются и для частичных характеристик, только значения параметров  $M_{e_{ном}}$ ,  $\omega_{ном}$ ,  $\omega_x$  для частичных характеристик (см. рисунок 3) являются функциями положения рычага  $x_p$  подачи топлива и легко определяются на основе экспериментальной характеристики, пример которой для дизельного нетурбированного двигателя приведен на указанном рисунке. Данная характеристика удобна при выработке стратегии управления двигателем, которая затем закладывается в виде программы в микропроцессорный модуль автоматического управления двигателем.

На рисунке 4 показана модель тракторного дизельного двигателя с двумя входами. Она необходима при исследовании мало изученных переходных режимов тракторных агрегатов. Например, процессов, связанных с объединенным совместным автоматическим управлением моторно-трансмиссионно-двигательной установкой (МТДУ) трактора с объемной гидромеханической передачей (ОГМП). В таких МТДУ имеют место одновременные воздействия на рычаг подачи топлива, на углы поворота люлек гидромашин ОГМП и на структуру движителя, например при автоматическом подключении дополнительного ведущего моста.

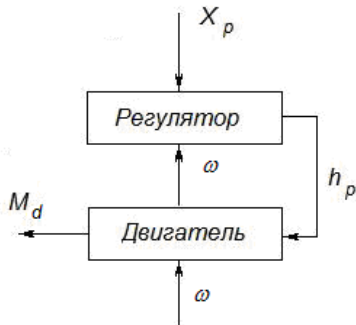


Рисунок 4. Модель тракторного дизеля со всережимным регулятором

Fig. 4. Model of a tractor diesel engine with a regulator of all modes

К основным параметрам регулятора топливного насоса, подлежащим определению в качестве исходных данных, относятся следующие: приведенная к муфте масса движущихся частей топливного насоса и регулятора  $m_p$ , инерционный коэффициент грузов  $A$ , коэффициент внутреннего трения  $\nu_p$  и восстанавливающая сила  $E$  муфты регулятора на основном и частичных скоростных режимах. Коэффициент  $A$  зависит от положения  $z$  муфты регулятора, т. е.  $A=f(z)$ ; коэффициент  $\nu_p$  для современных быстроходных дизелей практически не зависит от относительной скорости смещения трущихся тел центробежной муфты регулятора и может быть принят величиной постоянной; сила  $E$  согласно принятой схеме модели будет зависеть от двух величин и описывается функцией  $E=f(z, x_p)$  [5, 7].

Статическое равновесие регулятора определяется равенством  $E=A*\omega_p^2$  (здесь  $\omega_p$  - угловая скорость вала регулятора).

В переходных режимах уравнение регулятора имеет вид

$$m_p \cdot \ddot{z} + \nu_p \cdot \dot{z} + E = A \cdot \omega_p^2$$

В общем виде факторная модель дизеля со всережимным регулятором выражается моделирующими выражениями, предложенными Солонским А.С. и Вернигором В.А.:

$$M_e = -C_1 - C_2 \cdot \omega + C_3 \cdot h_p + C_4 \cdot \omega^2 - C_5 \cdot h_p^2 - C_6 \cdot h_p \cdot \omega^2 + C_7 \cdot \omega \cdot h_p^2, \text{ Н*м};$$

$$m_p \cdot \ddot{z} + \nu_p \cdot \dot{z} + E = A \cdot \omega_p^2; h_p = z \cdot \frac{R}{r};$$

$$A = C_8 + C_9 \cdot z, \text{ в Н*с}^2/\text{рад}^2;$$

Восстанавливающая сила  $E$ :

- на регуляторных ветвях внешней и частичных скоростных характеристик

$$E = E_p = C_{10} - C_{11} \cdot x_p + C_{12} \cdot z - C_{13} \cdot z \cdot x_p - C_{14} \cdot x_p^2 + C_{15} \cdot z^2, \text{ Н};$$

- на корректорной ветви внешней скоростной характеристики

$$E = E_p = C_{16} + C_{17} \cdot z, \text{ Н}.$$

Часовой расход топлива определяется из выражения

$$G_h = -C_{18} - C_{19} \cdot \omega + C_{20} \cdot h_p + C_{21} \cdot h_p \cdot \omega, \text{ в кг/ч},$$

где  $C_{1..C_{21}}$  - константы моделирующих выражений, которые определяются при идентификации тракторного дизеля методом настраиваемой модели по результатам натурных испытаний двигателя [5, 7].

При перемещении рычага подачи топлива система двигатель-регулятор работает как следящая система автоматического управления (САУ), а при неизменном положении этого рычага – как система автоматического регулирования (САР), реализующая принцип управления по отклонению.

Как следует из изложенного, разработка полной факторной модели тракторного дизельного двигателя представляет достаточно сложную задачу, требующую определения значений коэффициентов модели на основе натурного эксперимента.

Динамические свойства тракторного дизельного двигателя как одного из объектов управления САУ МТДУ могут быть также представлены типовым динамическим аperiodическим звеном первого порядка [5]

$$T \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = K \cdot \mu - f(t),$$

где  $T$  – постоянная времени двигателя;  $\varphi$  – относительное изменение угловой скорости вала двигателя;

$\mu$  – относительное перемещение рейки топливного насоса;  $K$  – коэффициент усиления двигателя по ходу регулирующего органа;

$f(t)$  – безразмерное отклонение угловой скорости, вызванное изменением переменной составляющей внешней нагрузки.

При отсутствии флуктуации сопротивления  $f(t)$  из последнего выражения в операторной форме получим  $(Tp + 1)\varphi = K\mu$ ,

а это и есть уравнение аperiodического звена первого порядка с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{\varphi(p)}{\mu(p)} = \frac{K}{Tp + 1},$$

значения параметров которой и определяют динамические свойства двигателя в переходных режимах работы.

При оснащении дизельного двигателя современными системами топливоподачи, например, «Common rail», «Unit Injection» с электронным управлением непосредственным впрыском топлива в цилиндры двигателя, моделирование характеристики двигателя зависит от режима стабилизации, поддерживаемого в данном движении автоматическим регулятором двигателя. Наиболее часто при установившемся движении на гоне технологического сельскохозяйственного МТА, например, уборочного, может обеспечиваться режим стабилизации мощности двигателя, а для транспортного агрегата – режим стабилизации скорости, либо режим минимизации расхода топлива. При моделировании двигателя в таком случае необходимы внешняя и частичные скоростные характеристики двигателя или многопараметровая характеристика (рисунок 3) и алгоритм работы самого автоматического устройства управления двигателем. Причем, при выборе для системы управления, например, режима минимизации расхода топлива, блок управления двигателем и трансмиссией машины, работающие синхронно, выбирают те из возможных при текущей нагрузке и скорости движения режимы двигателя и передаточное отношение трансмиссии, при которых режим двигателя максимально близко будет приближаться к линии *ab* на многопараметровой характеристике (рисунок 3), это означает, что система управления изменит и скоростной режим двигателя, и передаточное отношение трансмиссии [2, 4, 7].

При создании мобильной машины необходимо оценивать ее показатели динамики, качества переходных процессов в моторно-трансмиссионно-двигательной установке, динамическую нагруженность трансмиссии, по которым судят об уровне эксплуатационных свойств мобильной машины и эффективности принимаемых конструктивных решений.

Выбор структуры, параметров, законов и алгоритмов системы управления двигателем, трансмиссией и двигателем создаваемой мобильной машины, при математическом моделировании процессов в МТДУ производится в программном приложении путем задания исходных данных по блокам, относящимся к соответствующей подсистеме МТДУ.

При задании параметров внешней скоростной характеристики дизельного двигателя используются либо формулы С.Р. Лейдермана, либо регрессионная полиномиальная модель до *n*-го порядка, полученная путем обработки экспериментально снятых характеристик двигателя. Для двигателей с немонотонным протеканием кривых мощности и крутящего момента, в случае применения турбонаддува в дизельных двигателях, например с несколькими антикорректорами или при топливоподающей системе Common Rail, используется регрессионная полиномиальная модель до 5-го порядка, полученная путем обработки экспериментально снятых характеристик. Модель можно построить с помощью программного приложения математического анализа графических диаграмм AGrapher.

Одна из задач моделирования двигателя в составе общей модели МТДУ заключается в необходимости на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих движение мобильной машины,

определять местонахождение текущей рабочей точки двигателя на его характеристике. Эта же задача актуальна и при создании САУ трансмиссией, если двигатель не оснащен датчиком загрузки. Поэтому необходимы выражения, позволяющие по текущим значениям положений рычага или педали управления подачей топлива, определять текущую частичную скоростную характеристику и крутящий момент дизеля по текущей угловой скорости его вала.

Исходные данные, которые необходимо задать перед началом моделирования дизельного двигателя со всережимным регулятором в ТНВД, включают следующие:

- $I_d$  - момент инерции двигателя;
- $M_{\min}$  - крутящий момент на минимально устойчивых оборотах двигателя;
- $n_{\min}$  - минимально устойчивая частота вращения вала двигателя;
- $M_{\max}$  - максимальный крутящий момент двигателя;
- $n_{\max}$  - частота вращения вала двигателя при максимальном моменте;
- $P_{\max}$  - максимальная – номинальная мощность двигателя;
- $n_{P_{\max}}$  - частота вращения вала двигателя при максимальной мощности;
- $\beta_p$  - коэффициент неравномерности регулятора ТНВД;
- $n_{\text{х.х. max}}$  - максимальная частота вращения вала двигателя на холостом ходу;
- $y$  - доля от полного хода рычага задания подачи топлива (от 0 до 1)
- $z$  - доля от полного хода педали газа при начале трогания (от 0 до 1)

При установке рычага (задатчика) подачи топлива не на максимум, а в некоторое промежуточное положение  $y$ , где  $0 \leq y < 1$ , регуляторная ветвь параллельно смещается в сторону меньших частот вращения и незначительно становится более пологой в соответствии с зависимостью для конкретного двигателя, рисунок 5.

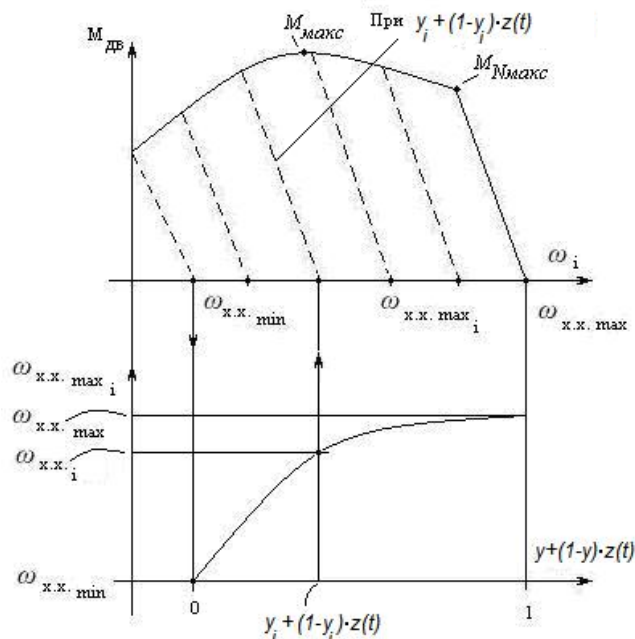


Рисунок 5. Регуляторные ветви характеристики дизеля при промежуточном положении рычага подачи топлива  
Fig. 5. A working branches of a regulator of the characteristic of a diesel engine at intermediate position of the lever of fuel feeding

На рисунке 6 показана работа дизеля на различных режимах, при которых будет обеспечиваться минимальный расход топлива (заштрихованная область). Здесь же показаны моменты необходимого переключения на высшую и низшую передачи по достижении валом двигателя определенной угловой скорости, чтобы остаться в заштрихованной зоне [7, 9, 10].

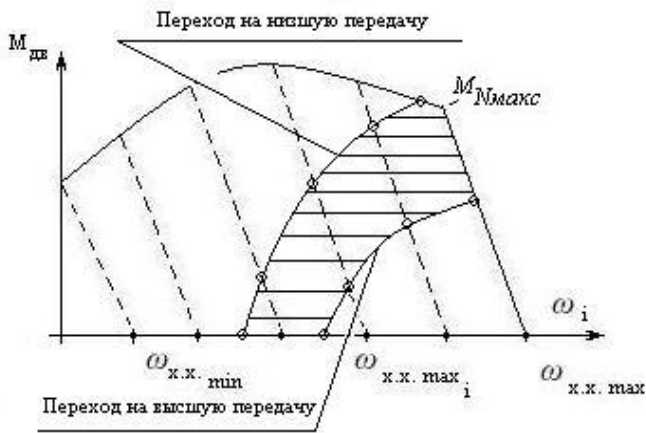


Рисунок 6. Область минимального расхода топлива  
Fig. 6. Area of the minimum of fuel expenditure

Принимая линейную аппроксимацию зависимости  $\beta_p(n_{y\max})$ , можем записать  $k_{\beta p}$  - коэффициент связи этих величин

$$k_{\beta p} = \frac{\beta_{pH} - \beta_P}{n_{xx\max} - n_{\min}} = \frac{\beta_{pV} - \beta_P}{n_{xx\max} - n_{y\min}} \quad (1)$$

Например, для дизелей с ТНВД со всережимным регулятором универсально-пропашных тракторов:

$$\beta_P \approx 0,12; \quad k_{\beta p} \approx \frac{0,18 - 0,12}{230 - 150} = \frac{0,06}{80} = 0,00075.$$

Из последнего выражения следует выражение для коэффициента неравномерности регулятора при промежуточном положении рычага задания подачи топлива у:

$$\beta_{pY} = \beta_P + k_{\beta p} \cdot (n_{xx\max} - n_{xx\ y\max}) \quad (2)$$

При работе дизеля на переходных режимах эффективный крутящий момент двигателя уменьшается в сравнении со скоростной характеристикой, что учитывается коэффициентом  $\gamma_m$ , тогда

$$M_{di} = M_{ocmi} \cdot \left(1 - \gamma_m \cdot \frac{d\omega_{di}}{dt}\right) = M_{ocmi} \cdot (1 - \gamma_m \cdot \varepsilon_{di}), \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{di}$  - угловое ускорение вала двигателя.

При заданном положении рычага подачи топлива у определяем соответствующее значение частоты холостого хода

$$n_{xx\ y\max} = n_{\min} + y \cdot (n_{xx\max} - n_{\min}); \text{ а угловая скорость равна } \omega_{xx\ y\max} = \frac{\pi \cdot n_{xx\max}}{30}. \quad (4)$$

Коэффициент  $k_p$ , характеризующий угол наклона текущей регуляторной ветви, равен

$$k_p = \frac{2 \cdot M_{P\max}}{[\beta_P + k_{\beta p} \cdot (n_{xx\max} - n_{xx\ y\max})] \cdot (n_{xx\max} + n_{P\max})} \quad (5)$$

Так как согласно ранее приведенным формулам на внешней ветви характеристики

$$M_{y\max} = M_{P\max} \cdot \left[ a + b \cdot \frac{n_{y\max}}{n_{P\max}} + c \cdot \left( \frac{n_{y\max}}{n_{P\max}} \right)^2 \right],$$

тогда для частичной регуляторной ветви  $M_{di} = k_p \cdot (n_{xy\max} - n_{di})$ , а текущая мощность двигателя

$$P_{di} = M_{di} \cdot \omega_{di} \quad (6)$$

При работе дизеля на частичной регуляторной ветви  $n_{xy\max} \geq n_{di} \geq n_{y\max}$ . Найдем  $n_{xy\max}$ , учитывая, что точка  $(M_{y\max}, n_{y\max})$  одновременно принадлежит и внешней ветви и частичной регуляторной ветви скоростной характеристики. Тогда справедлива следующая запись:

$$a \cdot M_{P\max} + b \cdot M_{P\max} \cdot \frac{n_{y\max}}{n_{P\max}} + c \cdot M_{P\max} \cdot \left( \frac{n_{y\max}}{n_{P\max}} \right)^2 = k_p \cdot n_{xy\max} - k_p \cdot n_{y\max} \quad (7)$$

Если принять допущение о том, что  $k_p = const$ , тогда, обозначив

$$c \cdot \frac{M_{P\max}}{n_{P\max}^2} = A; \quad \left( k_p + b \cdot \frac{M_{P\max}}{n_{P\max}} \right) = B; \quad (8)$$

$$(a \cdot M_{P\max} - k_p \cdot n_{xy\max}) = C$$

из выражения (7) получим

$$A \cdot n_{y\max}^2 + B \cdot n_{y\max} + C = 0$$

$$\text{или } n_{y\max}^2 + \frac{B}{A} \cdot n_{y\max} + \frac{C}{A} = 0 \quad (9)$$

Решение полученного квадратного уравнения (9) будет иметь вид

$$n_{y\max} = -\frac{B}{2 \cdot A} + \sqrt{\frac{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}{4 \cdot A^2}} \quad (10)$$

Зная  $n_{y\max}$ , определяем  $M_{di}$  и  $P_{di}$  по соответствующим выражениям для частичной регуляторной ветви скоростной характеристики.

### 3. Заключение

При управлении ножной педалью подачи топлива  $z(t)$  и при задании положения  $y$  рычага управления подачи топлива расчет ведется в следующей последовательности. Если перемещение педали подачи топлива подчиняется некоторому закону  $z(t)$  во времени или  $z(\omega_{di})$  в функции текущей угловой скорости коленчатого вала дизеля, это значит, что к значению положения рычага  $y$  добавляется некоторая доля от оставшегося хода рычага  $(1-y)z$ , где  $0 \leq z \leq 1$ , причем  $z = 0$  - при опущенной педали подачи топлива,  $z = 1$  - при нажатой до упора педали подачи топлива. В последнем случае  $y = y + (1-y) \cdot 1 = 1$ , что соответствует внешней скоростной характеристике дизеля. В этом случае на каждом шаге интегрирования рассчитывается новое значение  $y = y + (1-y) \cdot z(t)$  и действуют ранее полученные выражения.

При моделировании движения мобильной машины на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих динамику МГДУ, необходимо определять «местонахождение» рабочей точки дизеля, то есть:

- уравнение текущей регуляторной ветви по  $y(t)$  и  $z(t)$ ;
- значение текущего крутящего момента  $M_{oi}$  по текущей частоте вращения вала двигателя  $n_{oi}$  или его угловой скорости  $\omega_{oi}$ .

Таким образом, представлены разработанные варианты математических описаний дизельного двигателя, а выбор варианта определяется задачами конкретного исследования динамики машинного тракторного агрегата.

#### 4. Литература

- [1] Cieřlikowski B.: Dynamic analysis of the working process of a fertilizer Distributor, Information Technologies and Control Engineering in Management of Production Systems. Tome II, p. 42-47, Prague, 2005.
- [2] Krasowski E. [red.]: Kinematyka i dynamika agregatow maszynowych. Działy wybrane. Ropczyce, 2005, pp. 127.
- [3] Ksenevich I.P., Tarasik V.P.: Teorija i proektirovanie avtomaticheskikh sistem. Moskva: Mashinostroene, 1996, pp. 480.
- [4] Myslowski J.: Possibilities of application of modern SI engines in agriculture. Teka commission of motorization and power industry in agriculture. Polish Academy of Sciences, Branch in Lublin, vol. XIc, Lublin, 2011, p. 216-222.
- [5] Myslowski J., Koltun J.: Elastycznosc tlokowych silnikow spalinowych. WNT, Warszawa, 2000.
- [6] Rychter T., Teodorczyk A.: Modelowanie matematyczne roboczego cyklu silnika tlokowego. PWN, Warszawa, 1990.
- [7] Guskov V.V., Velev N.N., Atamanov J.E. and other: Tractors: theory. Moskva: Engineering, 1988. pp. 376.
- [8] Tajanowskij G., Tanas W.: the Account of dynamics of fluctuations of a tractor in an estimation of his ability to connection of cargoes and loadings of bridges. MOTROL. Motorization and power industry in agriculture. Polish Academy of Sciences Branch in Lublin. V8A. Lublin, 2006.
- [9] Tajanowskij G., Tanas W.: Dynamic modelling of a harvest combine for receptions of fuel wood chips from fast-growing plants. Teka commission of motorization and power industry in agriculture. Polish Academy of Sciences, Branch in Lublin, vol. VIII, Lublin, 2008, p. 257-265.
- [10] Wislocki K.: Rozkład warunków pracy w optymalizacji silnika spalinowego i pojazdu. Silniki Spalinowe, 1989, 4, 26-33.