Volodimir BULGAKOV
National Agricultural University of Ukraine (Kiev, Ukraina)
Semion IVANOV
Latvia University of Agriculture, Research Institute of Agricultural Machinery (Riga, Latvia)

MATHEMATICAL SIMULATION OF OSCILLATIONS OF MOBILE AGRICULTURAL MACHINE AGGREGATES

Summary

Theoretical studies and analysis were made of the oscillatory movements of the mobile agricultural machine aggregates in the process of their travel along the surface irregularities of the soil. Differential equations were made of the movement of mechanical systems in a longitudinal-vertical plane with two and with one degree of freedom.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ САМОХОДНЫХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ

Аннотация

Теоретически исследованы и проанализированы колебательные движения самоходных сельскохозяйственных машинных агрегатов в процессе их движения по неровностям поверхности почвы. Составлены дифференциальные уравнения движения механических систем в продольно-вертикальной плоскости с двумя и с одной степенями свободы.

Введение

Качество выполнения технологического процесса самоходными сельскохозяйственными машинами и машинными агрегатами в значительной степени зависит от устойчивости их движения в вертикальной плоскости по неровностям поверхности почвы. Самоходный сельскохозяйственный машинный агрегат можно представлять собой как самоходное шасси (или трактор), на которое навешиваются все рабочие органы комбайна. Примером самоходных машинных агрегатов являются самоходный комбайны для уборки льна, зерновых, свеклы и др. Поскольку у самоходного машинного агрегата рабочие органы навешиваются на шасси (трактор), то его можно считать во время движения единой колебательной системой. Теоретическому исследованию движения разных сельскохозяйственных машин и машинных агрегатов, в том числе уборочных, посвящены ряд публикаций [1, 2]. Однако, к сожалению, аналитическому исследованию движения навешиваемых на самоходное шасси машинных агрегатов разных компоновочных схем не было уделено достаточного внимания.

Методика исследования

Целью исследований являлась установка степени влияния колебательных движений сельскохозяйственных машинных агрегатов на качественные показатели их работы. Для достижения поставленной цели проводились теоретические исследования движения механической модели с использованием дифференциальных уравнений Лагранжа II-го рода.

Результаты исследований

Рассмотрим методику построения математической модели колебательного процесса сельскохозяйственного самоходного машинного агрегата. Учитывая то, что в самоходном машинном агрегате рабочие органы комбайна навешиваются на шасси (трактор), то рабочие органы представляют собой единое целое и их колебательные движения осуществляют одновременно.

При анализе колебаний во время движения машинного агрегата по неровностям поверхности почвы в первую очередь главнейшими являются колебания его рабочих органов, которые, в свою очередь, будут определяться колебаниями центра масс агрегата. Построим вначале расчетную математическую модель сельскохозяйственного агрегата в виде самоходной машины с навешенными на его раме рабочими органами с четырехколесным ходом.

Построим, прежде всего, эквивалентную схему, для чего представим машинный агрегат в виде плоской двухколесной модели (параметры двух передних и двух задних колес суммируются). Отнесем машинный агрегат к неподвижной, относительно поверхности почвы, системы координат *Oxyz*. При этом плоскость *xOz* является вертикальной плоскостью, перпендикулярной к поверхности поля (рис. 1).

Для упрощения вывода дифференциальных уравнений и анализа колебательных движений машинного агрегата в продольно-вертикальной плоскости сделаем ряд допущений [1, 2, 3]:

1. Машинный агрегат во время выполнения технологического процесса движется равномерно и прямолинейно вдоль оси *Ox*;
2. Профиль опорной поверхности почвы под обоими колесами одинаковый;
3. Опорные колеса сохраняют постоянный точечный контакт с поверхностью почвы;
4. Профиль пути является стационарной случайной функцией расстояния;
5. Сопротивление машин, которые агрегатируются, является случайной функцией времени и приводится к силе $F_{KPZ}(t)$ и к моменту $M_{KP}(t)$, которые с некоторым приближением приложены в центре масс машинного агрегата;

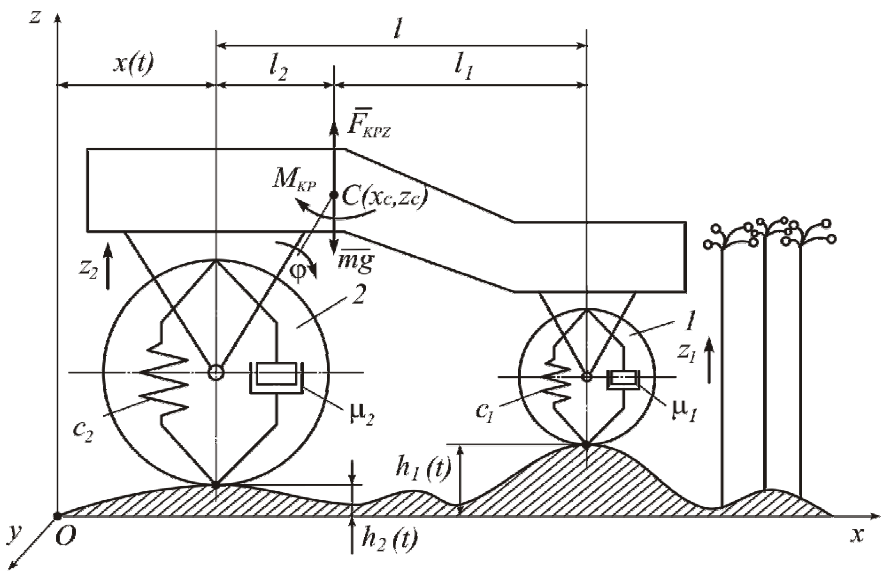

Рис. 1. Эквивалентная схема четырехколесного машинного агрегата, которая приведена к колебательной системе с двумя степенями свободы

6. Характеристики упругих элементов подвески машинного агрегата линейные;
7. Силы сопротивления в подвесках и шинах пропорциональны скорости колебаний.

Машинный агрегат в общем случае может осуществлять шесть типов независимых колебательных движений. Исходя из его конструкции и характера движения, учтем наиболее существенные колебательные движения: вертикальные поступательные и продольные угловые.

С учетом этих предположений, сельскохозяйственный машинный агрегат с подрессоренной массой фактически заменен эквивалентной динамической моделью, т.е. колебательной механической системой с двумя степенями свободы.

Для составления дифференциальных уравнений, которые описывают колебательные движения рассматриваемой механической системы в вертикальной плоскости, используем исходные уравнения Лагранжа II-го рода [4]. За обобщенные координаты примем вертикальные перемещения z_1 и z_2 подрессоренной массы над передними и задними колесами машинного агрегата. Обобщенные координаты будем отсчитывать от положения статического равновесия системы. Тогда движение данной механической модели описывается системой дифференциальных уравнений движения Лагранжа II-го рода следующего вида:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial z_1} = Q_{z_1}, \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial z_2} = Q_{z_2}, \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где:
T – кинетическая энергия динамической системы, которая рассматривается
Q_{z_1}, Q_{z_2} – обобщенные силы, которые отвечают обобщенным координатам z_1 и z_2.

Кинетическая энергия данной динамической системы будет равна:

$$T = \frac{1}{2} M\, \dot{z}_c^2 + \frac{1}{2} I_y \dot{\varphi}^2, \qquad (2)$$

где:
M – масса машинного агрегата;
I_y – момент инерции агрегата относительно оси, которая проходит через центр масс параллельно оси Oy
z_c – вертикальное перемещение центра масс агрегата; φ – угловое перемещение агрегата в вертикальной плоскости.

Переменные z_c и φ связанны с обобщенными координатами z_1 и z_2 следующими зависимостями:

$$z_c = \left(z_1 l_2 + z_2 l_1\right)/l,$$

$$tg\varphi = \left(z_2 - z_1\right)/l,$$

где:
l_1 – расстояние от передней точки подвеса до центра масс системы;
l_2 – расстояние от задней точки подвеса до центра масс системы;
l – расстояние от передней до задней точки подвеса системы.

При малых угловых колебаниях машинного агрегата можно принять, что

$$tg\varphi \approx \varphi,$$

тогда:

$$\varphi = \left(z_2 - z_1\right)/l.$$

Учитывая данные зависимости, выражение (2) приобретет следующий вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + m_3 \dot{z}_1 \dot{z}_2, \qquad (3)$$

где:

$$m_1 = M\left(l_2^2 + \rho^2\right)/l^2,$$

$$\rho = \sqrt{I_y/M},$$

$$m_2 = M\left(l_1^2 + \rho^2\right)/l^2,$$

$$m_3 = M\left(l_1 l_2 - \rho^2\right)/l^2.$$

Потенциальная энергия Π машинного агрегата в его текущем положении равна работе упругих сил подрессоривания и шин его ходовых колес:

$$\Pi = \frac{1}{2}c_1(z_1 - h_1)^2 + \frac{1}{2}c_2(z_1 - h_2)^2, \tag{4}$$

где:

c_1 и c_2 – сведенные жесткости соответственно передних и задних подвесок машинного агрегата

h_1 и h_2 – высоты неровностей опорной поверхности почвы соответственно под передними и задними колесами.

В данном случае высота неровностей поверхности почвы является величиной переменной, которая зависит от времени, т.е.:

$$h_2 = h(t),$$

$$h_1 = h(t + t_o),$$

$$t_o = \frac{l}{V},$$

где:

V – скорость движения машинного агрегата.

Диссипативную функцию рассеяния энергии определим согласно [1]:

$$\Phi = \frac{1}{2}\mu_1(\dot{z}_1 - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2}\mu_2(\dot{z}_2 - \dot{h}_2)^2, \tag{5}$$

где:

μ_1 и μ_2 – сведенные коэффициенты сопротивления соответственно передних и задних подвесок и шин машинного агрегата.

Вычислим далее обобщенные силы. В данном случае обобщенные силы будут определяться таким выражением:

$$Q_{z_i} = Q_{z_i}^{(\Pi)} + Q_{z_i}^{(\Phi)} + Q_{z_i}^{(B)},\ i = 1,\ 2, \tag{6}$$

где:

$$Q_{z_i}^{(\Pi)} = -\frac{\partial \Pi}{\partial z_i} = -c_i(z_i - h_i),$$

$$Q_{z_i}^{(\Phi)} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_i} = -\mu_i(\dot{z}_i - \dot{h}_i),$$

$$Q_{z_1}^{(B)} = -\frac{F_{KPZ}l_2 - M_{KP}}{l},$$

$$Q_{z_2}^{(B)} = -\frac{F_{KPZ}l_1 + M_{KP}}{l}.$$

В развернутом виде обобщенные силы по соответствующим обобщенным координатам z_1 и z_2 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Q_{z_1} &= -c_1(z_1 - h_1) - \mu_1(\dot{z}_1 - \dot{h}_1) - \frac{F_{KPZ}l_2 - M_{KP}}{l}, \\ Q_{z_2} &= -c_2(z_2 - h_2) - \mu_2(\dot{z}_2 - \dot{h}_2) - \frac{F_{KPZ}l_1 + M_{KP}}{l}. \end{aligned} \tag{7}$$

После подстановки всех необходимых величин в систему дифференциальных уравнений (1) и проведения необходимых преобразований получим следующую систему дифференциальных уравнений колебаний сельскохозяйственного машинного агрегата, который приведен к динамической системе с двумя степенями свободы:

$$\left.\begin{aligned} m_1\ddot{z}_1 + m_3\ddot{z}_2 + c_1(z_1 - h_1) + \mu_1(\dot{z}_1 - \dot{h}_1) &= -\frac{F_{KPZ}l_2 - M_{KP}}{l}, \\ m_2\ddot{z}_2 + m_3\ddot{z}_1 + c_2(z_2 - h_2) + \mu_2(\dot{z}_2 - \dot{h}_2) &= -\frac{F_{KPZ}l_2 + M_{KP}}{l}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Преобразуем систему дифференциальных уравнений (8) к следующему виду:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{z}_1 + 2n_1\dot{z}_1 + k_1^2 z_1 + \tau_1\ddot{z}_2 &= F_1(t), \\ \ddot{z}_2 + 2n_2\dot{z}_2 + k_2^2 z_2 + \tau_2\ddot{z}_1 &= F_2(t). \end{aligned}\right\}$$

где:

$$\tau_1 = \frac{m_3}{m_1},\ \tau_2 = \frac{m_3}{m_2},\ k_1^2 = \frac{c_1}{m_1},\ k_2^2 = \frac{c_2}{m_2},\ 2n_1 = \frac{\mu_1}{m_1},\ 2n_2 = \frac{\mu_2}{m_2},$$

$$F_1(t) = -\frac{F_{KPZ}l_2 - M_{KP}}{lm_1} + \frac{c_1h_1}{m_1} + \frac{\mu_1\dot{h}_1}{m_1},$$

$$F_2(t) = -\frac{F_{KPZ}l_1 + M_{KP}}{lm_2} + \frac{c_2h_2}{m_2} + \frac{\mu_2\dot{h}_2}{m_2}.$$

Система линейных дифференциальных уравнений (9) описывает поступательные и угловые колебания машинного агрегата в продольно-вертикальной плоскости в виде удобном для интегрирования. Данная система дифференциальных уравнений решается при следующих начальных условиях:

при $t = 0$:

$z_1 = 0$, $z_2 = 0$, $\dot{z}_1 = 0$, $\dot{z}_2 = 0$.

Решение полученной системы дифференциальных уравнений удобно осуществлять на ПК методами итерации, поскольку ее точное аналитическое решение будет довольно громоздким.

Выводы

Во время движения сельскохозяйственные машинные агрегаты копируют неровности поверхности почвы и совершают колебания на пневматических опорно-ходовых колесах, соответственно их рабочие органы отклоняются от прямолинейного движения, которое служит причиной некачественного выполнения технологического процесса работы. Предложенная математическая модель колебательных движений самоходных сельскохозяйственных агрегатов аналитически описывает данные процессы и может быть применена для оптимизации параметров устройств, стабилизирующих движение сельскохозяйственных машинных агрегатов (особенно уборочных) при их движении по неровностям поверхности почвы. Применение модели дает возможность аналитически найти условия стабилизации движения сельскохозяйственных машинных агрегатов в продольно-вертикальной плоскости, которые в свою очередь приведет к улучшению качества выполнения операций.

Литература

[1] Василенко П.М. Введение в земледельческую механику. К.: Сільгоспосвіта, 1996. – 252 с.

[2] Булгаков В.М. Математическая модель процесса копиро-вания поверхности почвы самоходной корнеуборочной машиной // Вестник сельскохозяйственной науки. – 1984, №2. – С. 86–92

[3] Горбовий А.Ю. Построение математической модели фун-кционирования льноуборочного агрегата // Сборник науч-ных трудов КМТИ "Механизация производственных про-цессов рыбного хозяйства, промышленных и аграрных предприятий". Выпуск 4. Керчь: КМТИ, 2002. – с. 181–186

[4] Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. – 378 с.