

ESTIMATING OF THE UNCERTAINTY OF MEASUREMENTS WITH ANALOGOUS AND DIGITAL DEVICES

Summary

Every measurement without regard on the used method and measuring device is burdened with smaller or bigger error. Because an error of the measurement is inevitable, it should be presented together with the result of the measurement. A simplified method of estimating of the uncertainty of measurement does not demand a lot of trials. It can be estimated by adding up the composition errors. One component of the uncertainty of measurement is an error of reading indications, which should be always to take into account when using analogous devices. By using digital devices this error does not step occur. The smaller the uncertainty of measurement is (however not always necessary), the higher price of digital devices in comparison with analogous devices.

SZACOWANIE NIEPEWNOŚCI POMIARÓW PRZYRZĄDAMI ANALOGOWYMI I CYFROWYMI

Streszczenie

Każdy pomiar bez względu na zastosowaną metodę i użyty przyrząd pomiarowy jest obciążony mniejszym bądź większym błędem. Ponieważ błąd pomiaru jest nieunikniony, zatem należy go podawać łącznie z wynikiem pomiaru. Metoda uproszczona określania niepewności pomiaru nie wymaga prowadzenia szeregu prób. Można ją oszacować przez sumowanie błędów składowych. Jedną ze składowych niepewności pomiaru jest błąd odczytania wskazania, który należy zawsze uwzględnić używając przyrządów analogowych. W przypadku przyrządów dających wskazania cyfrowe błąd ten nie występuje. Mniejsza wartość niepewności pomiaru (nie zawsze konieczna) okupiona jest zazwyczaj wyższą ceną zakupu przyrządów cyfrowych w porównaniu z przyrządami analogowymi.

Wprowadzenie

W technice rolniczej szeroko stosowane są różne przyrządy pomiarowe. Na rynku dostępnych jest wiele rodzajów przyrządów i potencjalny ich użytkownik musi podjąć optymalną decyzję. W celu wyznaczenia wartości wielkości fizycznej należy przeprowadzić tzw. postępowanie pomiarowe, które składa się z trzech odrębnych zespołów czynności [5]. Są to: wybór przyrządu pomiarowego (metody pomiarowej), pomiar i opracowanie wyniku.

Wybór właściwego przyrządu pomiarowego powinien być dokonany w sposób racjonalny. Wybierać można spośród dostępnych przyrządów lub zaplanować zakup nowego. Do podstawowych kryteriów racjonalnego doboru przyrządu pomiarowego, w przypadku pomiarów wielkości geometrycznych tj. długości i kąta, można zaliczyć:

- rodzaj mierzonego wymiaru (zewnątrzny, wewnętrzny, pośredni czy mieszany),
- sposób ustalania i zamocowania mierzonego przedmiotu,
- sposób odbierania informacji o mierzonym wymiarze (technika stykowa, bezstykowa i stykowo-optyczna),
- możliwość opracowania wyników pomiaru, w tym opracowania graficznego i statystycznego z użyciem komputerów,
- możliwość bezpośredniego przekazania wyników pomiaru do systemu,
- wartość mierzonego wymiaru,
- optymalna niepewność pomiaru (niepewność odpowiadająca najmniejszym kosztom wykonania wymiaru tolerowanego).

Ze względu na rodzaj wskazań wyróżnia się przyrządy pomiarowe analogowe i cyfrowe. Terminy te określają sposób prezentacji sygnałów wyjściowych lub wskazania, a nie do zasady funkcjonowania przyrządów. W przyrządach analogowych sygnał wyjściowy lub wskazanie jest ciągłą funkcją wielkości mierzonej lub sygnału wejściowego. Natomiast w przyrządach cyfrowych sygnał wyjściowy lub wskazanie ma postać cyfrową. Przyrządy analogowe wyposażone są we wskaźniki analogowe (np. wskazówkowe). Wskaźniki cyfrowe (alfanumeryczne) przyrządów cyfrowych mogą wyświetlać cyfry od 0 do 9 jak również litery, przecinek lub kropkę oraz znaki (np. \pm). Do najczęściej stosowanych obecnie wskaźników należą wskaźniki ciekłokrystaliczne LCD (ang. Liquid Crystal Displays) oraz rzadziej wskaźniki typu LED (ang. Light Emitting Diode) z diodami elektroluminescencyjnymi.

Po dokonaniu wyboru przyrządu wykonuje się pomiar i otrzymuje wynik surowy. Jest to jednocześnie pierwszy rezultat pomiaru. W przypadku wskazania pojedynczego wynik surowy jest identyczny ze wskazaniem. Wykonując serię pomiarów tej samej wielkości, tym samym przyrządem pomiarowym i tą samą metodą, wynik surowy stanowi średnią arytmetyczną surowych wyników poszczególnych pomiarów. Wynik surowy nie jest wynikiem pełnowartościowym. Poddaje się go opracowaniu, którego rezultatem jest wynik poprawiony, czyli wynik pomiaru otrzymany po wprowadzeniu do surowego wyniku poprawek uwzględniających błędy systematyczne. Przy tym wyniku podawana jest dodatkowo niepewność pomiaru. Ostateczny wynik pomiaru jest zatem dwuelementowy, tj. obok poprawionego wyniku (z usuniętymi błędami systematycznymi) należy podać niepewność rozszerzoną pomiaru [1].

Niepewność pomiaru e_p jest to przedział wartości rozłożony symetrycznie względem wyniku pomiaru, w którym to przedziale z określonym prawdopodobieństwem zawarty jest błąd pomiaru. Wartość niepewności pomiaru umożliwia wyznaczenie dwóch wartości, między którymi jest zawarta z określonym prawdopodobieństwem wartość rzeczywista mierzonej wielkości. Niepewności pomiaru nie można usunąć przez wprowadzenie poprawki, ale można ją zmniejszyć, np.:

- stosując dokładniejsze przyrządy pomiarowe,
- stosując inne metody pomiarowe,
- zwiększając liczebność pomiarów [4].

Po wykonaniu serii pomiarów (a posteriori) niepewność pomiaru można wyznaczyć korzystając z metod statystyki matematycznej i rachunku prawdopodobieństwa, ponieważ wyniki pojedynczych pomiarów można traktować jako zmienne losowe, które podlegają regułom statystycznym. Wartość niepewności jest wówczas obliczana jako iloczyn odchylenia średniego kwadratowego oraz współczynnika rozszerzenia, przyjmowanego z tabel rozkładów statystycznych w zależności od liczby wykonanych pomiarów i przyjętego prawdopodobieństwa. Dla serii pomiarów liczącej co najmniej kilkanaście pomiarów współczynnik rozszerzenia odczytuje się z tabeli funkcji Laplace'a i Gaussa. Dla małej liczby pomiarów (kilka sztuk), wartość współczynnika ustala się korzystając z rozkładu t -Studenta. Opisana metoda wyznaczania błędów granicznych stosowana jest np. w dokładnych pomiarach laboratoryjnych lub przy badaniu nowych sposobów pomiaru [2].

W przypadku pomiarów jednostkowych przyrządem pomiarowym, jak to ma często miejsce w przypadku pomiarów warsztatowych, niepewności pomiaru nie można oszacować metodami statystycznymi. Można wówczas jeszcze przed pomiarem (a priori) wyznaczyć obszar niepewności stosując uproszczoną metodę przez oszacowanie niepewności wypadkowej, będącej sumą niepewności składowych (błędów cząstkowych), które mogą wystąpić podczas pomiaru. W ten sposób można szacować niepewności pomiarów wykonywanych zarówno metodą bezpośrednią jak i pośrednią.

Jednym ze składników cząstkowych mających wpływ na wartość niepewności pomiaru jest błąd odczytania wyniku pomiaru. Zależy on od rodzaju użytego przyrządu pomiarowego i występuje tylko w przypadku pomiaru przyrządami analogowymi. Przy korzystaniu z przyrządów o wskazaniu cyfrowym, wyznaczanie niepewności pomiaru upraszcza się do określenia wyłącznie błędów pochodzących od zastosowanego przyrządu pomiarowego, pomijając błędy odczytania wskazania.

Pojęciem szerszym od niepewności pomiaru jest niedokładność pomiaru e_d wyrażona przez zespół błędów granicznych, zawierający wszystkie błędy systematyczne (uwzględniane w wyniku pomiaru w postaci poprawki) oraz graniczne błędy przypadkowe. Niedokładność pomiaru jest praktycznie największym błędem, jakim może być obarczony wynik pomiaru pod warunkiem, że nie został popełniony błąd grubo, tzw. omyłka. Jeżeli wszystkie błędy systematyczne zostały wyeliminowane niedokładność staje się równa niepewności pomiaru. Znając wartość niedokładności pomiaru można dobrać odpowiedni przyrząd pomiarowy, ze względu na jego dokładność, do konkretnego pomiaru. Powinien charakteryzować się małą niedokładnością pomiaru, wielokrotnie mniejszą od dopuszczalnego zakresu zmienności wymiarów mierzonych wymiarów [3].

Przy niskiej i średniej dokładności wykonania mierzonych przedmiotów, dla klas dokładności IT9-IT18 wymaga się, aby niedokładność pomiaru była mniejsza lub równa 10% wartości pola tolerancji T :

$$e_d \leq \pm 0,1T . \quad (1)$$

W zakresie od 8 do 6 klasy dokładności przyjmuje się, że niedokładności pomiarów powinny zawierać się w granicach od 12,5% do 17,5% tolerancji wymiarów mierzonych. Do pomiarów dokładnych wymiarów części wykonanych w 5 klasie dokładności wymaga się stosowania takich przyrządów i metod pomiarowych, które zapewniają dokładność pomiaru

$$e_d \leq \pm 0,2T . \quad (2)$$

Cel i zakres pracy

Niepewność pomiaru wyznaczona metodami statystycznymi bądź szacowana metodą przybliżoną ma bezpośredni wpływ na wartość niedokładności pomiaru. Operator wybierając spośród przyrządów o wskazaniu analogowym bądź cyfrowym decyduje o wartości niepewności pomiaru. W pracy przedstawiono zależności między oszacowanymi (metodą uproszczoną) wartościami niepewności pomiaru dla wybranych grup przyrządów pomiarowych, a kosztami ich zakupu.

Do badań wytypowano grupę przyrządów pomiarowych dostępnych w wersjach analogowych i cyfrowych, przeznaczonych do pomiaru długości. Aby umożliwić analizę wyników badano przyrządy pomiarowe pochodzące od jednego producenta, który zgodność wytwarzania przyrządu z normami (DIN, normami zakładowymi) poświadcza świadectwem wzorcowania. Przebadano podstawowe, najtańsze w danej klasie, typy przyrządów suwmiarkowych, mikrometrycznych i czujnikowych o zbliżonych właściwościach metrologicznych (zakres pomiarowy, wartość działki elementarnej, rozdzielczość), które umożliwiają pomiar tych samych wymiarów zarówno metodami bezpośrednimi jak i pośrednimi.

Metodyka badań

Do określania błędów granicznych i przedziału niepewności pomiaru wybrano metodę uproszczoną przez szacowanie, która nie wymaga wykonywania szeregu prób losowych w postaci pomiarów [2]. Niepewność pomiaru można bowiem oszacować sumując błędy cząstkowe, które mogą wystąpić podczas pomiaru. W pomiarach bezpośrednich, jeżeli rozkłady prawdopodobieństwa błędów składowych podlegają rozkładowi normalnym, to wypadkowa niepewność pomiaru może być obliczona jako pierwiastek z sumy kwadratów składowych błędów granicznych [3, 6]. W przypadku, gdy rozkłady prawdopodobieństwa błędów składowych nie są znane i liczba błędów składowych e_i jest niewielka, to niepewność pomiaru wielkości x można określić korzystając z równania

$$e_{p_x} = \pm \sum_{i=1}^n |e_i| . \quad (3)$$

W pomiarach bezpośrednich wielkości x , np. suwmiarką czy mikrometrem, niepewność pojedynczego pomiaru sprowadza się do zsumowania niepewności związanej ze wskazaniem przyrządu pomiarowego e_w oraz niepewności odczytania wyniku z przyrządu e_o :

$$e_{p_x} = \pm(|e_w| + |e_o|). \quad (4)$$

Ocenę liczbową składowej niepewności pomiaru związanej ze wskazaniem przyrządu pomiarowego wyrażają, ujmowane w normach (PN, BN, DIN, zakładowych), tzw. błędy graniczne dopuszczalne przyrządu pomiarowego MPE (ang. Maximum Permissible Errors).

Składową niepewności odczytania wyniku wskazania dla warunków laboratoryjnych szacuje się w zależności od zastosowanego w przyrządzie typu urządzenia odczytowego. Na przykład błąd odczytania wskazania z noniusza suwmiarki analogowej zależy bezpośrednio od wartości działki elementarnej noniusza. Dla spotykanych w praktyce wartości działek elementarnych wynoszących: 0,05 i 0,02 mm, błędy odczytania wynoszą odpowiednio: $\pm 0,05$ mm i $\pm 0,02$ mm. Do praktycznej oceny maksymalnych granic niepewności pomiaru przyrządami mikrometrycznymi należy uwzględnić dopuszczalny błąd wskazania przyrządu oraz interpolacyjny błąd odczytu. Błędy graniczne dopuszczalne wskazań przyrządów mikrometrycznych wyposażonych w podziałkę kreskową obejmują: błędy podziałki gwintu mikrometrycznego oraz błędy nacięcia podziałek na tulei i bębnie, nazywane łącznie błędami pary gwintowej, a ponadto ugięcie kabłąka, odchyłki płaskości i równoległości powierzchni pomiarowych. Wartość błędu odczytania wskazania z przyrządu mikrometrycznego analogowego określa się jako $\pm 0,1$ wartości działki elementarnej bębna mikrometru (dla $W_e = 0,01$ mm $e_{om} = \pm 1$ μ m). Niepewność pomiaru średnicy wewnętrznej średnicówką z czujnikiem zegarowym, zależy od sposobu zerowania przyrządu. Przy zerowaniu mikrometrem, można ją określić według równania:

$$e_{p_D} = \pm(|e_{p_m}| + |e_{w_c}| + 2|e_{o_c}|), \quad (5)$$

gdzie:

e_{p_m} – niepewność pomiaru mikrometrem,

e_{w_c} – błędy graniczne dopuszczalne wskazań czujnika zębatego,

e_{o_c} – błąd odczytu wskazania na czujniku, równy $\pm 0,1$ wartości działki elementarnej podziałki głównej czujnika.

Przy określaniu niepewności pomiaru średnicy otworu średnicówką wyposażoną w czujnik cyfrowy w równaniu (3), należy pominąć podwójny błąd odczytania z czujnika.

Błędy graniczne dopuszczalne wskazań średnicówki mikrometrycznej składanej zarówno w wersji analogowej jak i cyfrowej wyznaczano z zależności:

$$e_w = \pm\left(3 + k + \frac{L}{50}\right), \quad (6)$$

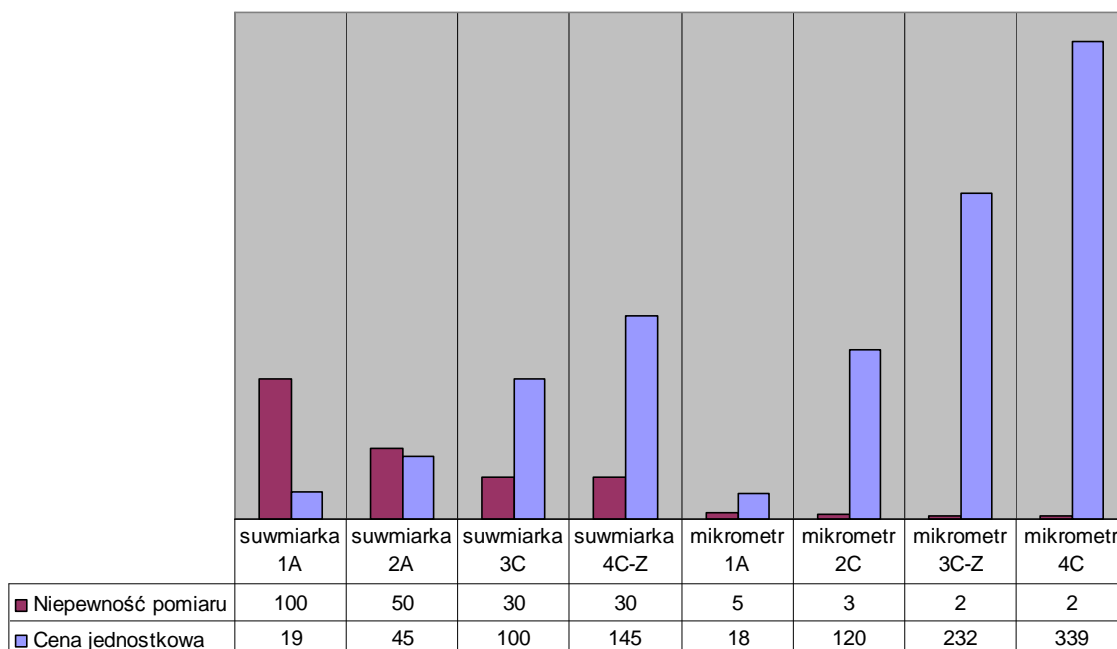
gdzie: L – mierzony wymiar w mm,

k – liczba przedłużaczy.

Wyniki badań i ich analiza

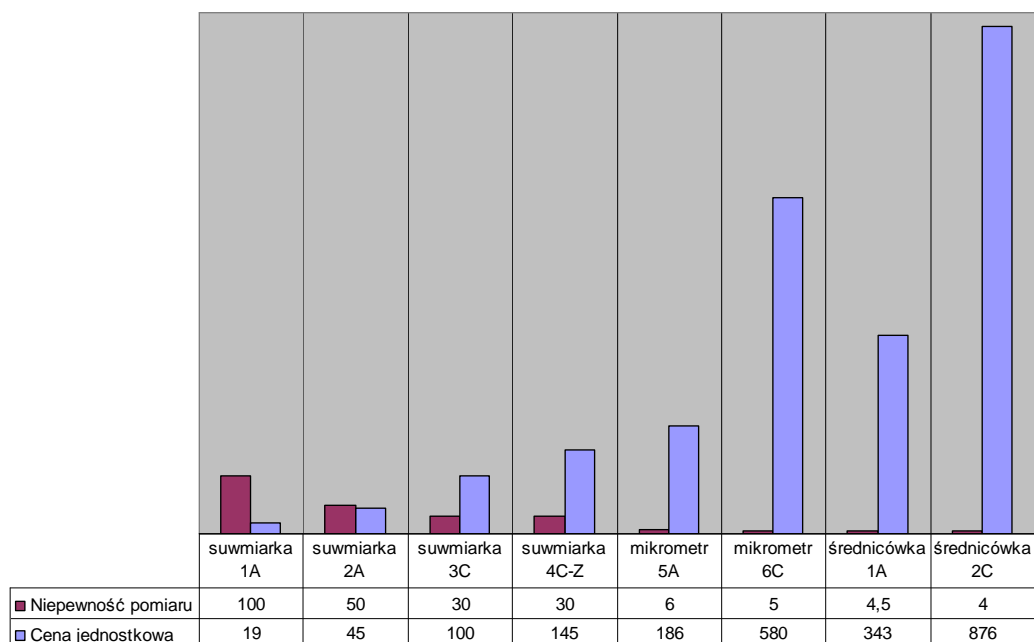
Oszacowane wg przedstawionej metodyki niepewności pomiarów dla różnych grup przyrządów pomiarowych (analogowych i cyfrowych) do pomiarów długości oraz ich jednostkowe koszty zakupu zamieszczono w tab. 1, 2, 3.

Korzystając z danych zamieszczonych w powyższych tabelach wykonano badania symulacyjne przykładowych pomiarów wymiarów zewnętrznych i wewnętrznych. Wyniki zamieszczono na wykresach 1, 2 i 3, a zastosowanym przyrządem nadano numery zgodne z liczbą porządkową (zob. tabele) oraz uzupełniono o odpowiednie oznaczenia: A – przyrząd analogowy, C – przyrząd cyfrowy, Z – przyrząd zabezpieczony przed działaniem wody, kurzu itp.



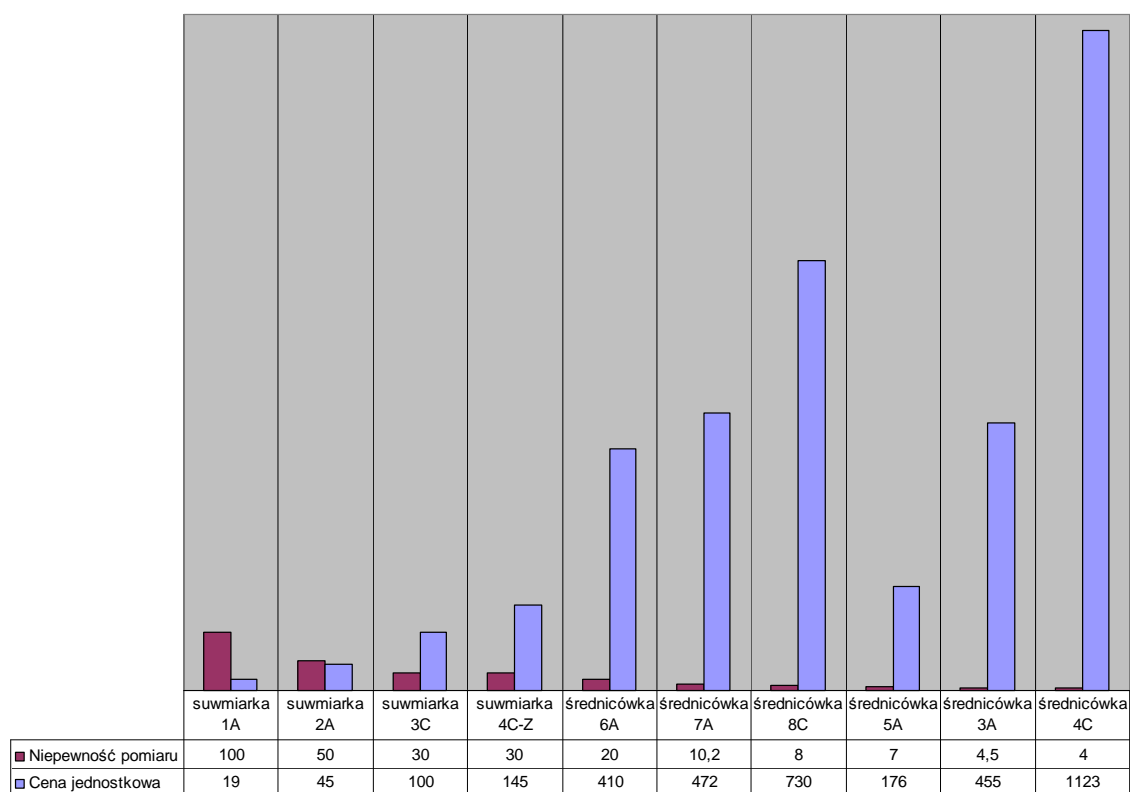
Rys. 1. Niepewności pomiarów [μ m] oraz koszty zakupu [EUR] przyrządów umożliwiających pomiar średnicy wałka $\phi 24$ mm

Fig. 1. The uncertainty of measurement [μ m] and costs of purchase [EUR] of the devices that make possible the measurement of diameter of roll $\phi 24$ mm



Rys. 2. Niepewności pomiarów [μm] oraz koszty zakupu [EUR] przyrządów umożliwiających pomiar średnicy otworu $\phi 16$ mm

Fig. 2. The uncertainty of measurement [μm] and costs of purchase [EUR] of the devices that make possible the measurement of diameter of bore $\phi 16$ mm



Rys. 3. Niepewności pomiarów [μm] oraz koszty zakupu [EUR] przyrządów umożliwiających pomiar średnicy otworu $\phi 95$ mm

Fig. 3. The uncertainty of measurement [μm] and costs of purchase [EUR] of the devices that make possible the measurement of diameter of bore $\phi 95$ mm

Tab. 1. Niepewności pomiarów suwmiarkami uniwersalnymi
 Table 1. The uncertainty of measurements when using universal vernier caliper gauges

Lp.	Typ przyrządu pomiarowego	Błędy graniczne dopuszczalne wskazań e_w [μm]	Błąd odczytania wskazania e_o [μm]	Niepewność pomiaru e_p [μm]	Cena jednostkowa [EUR]
1.	Suwmiarka uniwersalna o noniuszu 0,05 mm i zakresie pom. 0÷150 mm	±50 (DIN 862)	±50	±100	19
2.	Suwmiarka uniwersalna o noniuszu 0,02 mm i zakresie pom. 0÷150 mm	±30 (DIN 862)	±20	±50	45
3.	Suwmiarka cyfrowa uniwersalna o rozdzielczości 0,01 mm i zakresie pom. 0÷150 mm	±30 (DIN 862)	0	±30	100
4.	Suwmiarka cyfrowa uniwersalna o rozdzielczości 0,01 mm i zakresie pom. 0÷150 mm (odporna na działanie chłodziwa i smarów)	±30 (DIN 862)	0	±30	145

Tab. 2. Niepewności pomiarów mikrometrami zewnętrznymi i wewnętrznymi
 Table 2. The uncertainty of measurements when using external and internal micrometers

Lp.	Typ przyrządu pomiarowego	Błędy graniczne dopuszczalne wskazań e_w [μm]	Błąd odczytania wskazania e_o [μm]	Niepewność pomiaru e_p [μm]	Cena jednostkowa [EUR]
1.	Mikrometr zewnętrzny o zakresie pom. 0÷25 mm i wartości działki elem. 0,01 mm	±4 (DIN 863)	±1	±5	18
2.	Mikrometr cyfrowy zewnętrzny o zakresie pom. 0÷25 mm i rozdzielczości 0,001 mm	±3 (norma zakładowa)	0	±3	120
3.	Mikrometr cyfrowy zewnętrzny o zakresie pom. 0÷25 mm i rozdzielczości 0,001 mm (wodoszczelny)	±2 (norma zakładowa)	0	±2	232
4.	Mikrometr cyfrowy zewnętrzny o zakresie pom. 0÷30 mm i rozdzielczości 0,001 mm (nieobrcające się wrzeciono i przesuw – 10 mm na 1 obrót)	±2 (norma zakładowa)	0	±2	339
5.	Mikrometr wewnętrzny o zakresie pom. 5÷30 mm i wartości działki elem. 0,01 mm	±5 (norma zakładowa)	±1	±6	186
6.	Mikrometr cyfrowy wewnętrzny o zakresie pom. 5÷30 mm i rozdzielczości 0,001 mm	±5 (norma zakładowa)	0	±5	580

Tab. 3. Niepewności pomiarów średnicówkami dwu- i trójpunktowymi
 Table 3. The uncertainty of measurements when using two and three-point micrometers

Lp.	Typ przyrządu pomiarowego	Błędy graniczne dopuszczalne wskazań e_w [μm]	Błąd odczytania wskazania e_o [μm]	Niepewność pomiaru e_p [μm]	Cena jednostkowa [EUR]
1.	Średnicówka mikrometryczna trójpunktowa o zakresie pom. 16÷20 mm i wartości działki elem. 0,005 mm	±4 (DIN863/4)	±0,5	±4,5	343
2.	Średnicówka mikrometryczna trójpunktowa cyfrowa o zakresie pom. 16÷20 mm i rozdzielczości 0,001 mm	±4 (DIN863/4)	0	±4	876
3.	Średnicówka mikrometryczna trójpunktowa o zakresie pom. 87÷100 mm i wartości działki elem. 0,005 mm	±4 (DIN863/4)	±0,5	±4,5	455
4.	Średnicówka mikrometryczna trójpunktowa cyfrowa o zakresie pom. 87÷100 mm i rozdzielczości 0,001 mm	±4 (DIN863/4)	0	±4,0	1123
5.	Średnicówka mikrometryczna dwustykowa składana (komplet) o zakresie pom. 50÷150 mm i wartości działki elem. 0,01 mm	±6 (wg wzoru 6)	±1	±7	176
6.	Średnicówka dwustykowa z czujnikiem analogowym (komplet) o zakresie pom. 18÷150 mm i wartości działki elem. 0,01 mm	dla $\phi 95$ mm = ±18 (norma zakładowa)	±2	dla $\phi 95$ mm = ±20 (wg wzoru 5)	410
7.	Średnicówka dwustykowa z czujnikiem analogowym (komplet) o zakresie pom. 18÷150 mm i wartości działki elem. 0,001 mm	dla $\phi 95$ mm = ±10 (norma zakładowa)	±0,2	dla $\phi 95$ mm = ±10,2 (wg wzoru 5)	472
8.	Średnicówka dwustykowa z czujnikiem cyfrowym (komplet) o zakresie pom. 18÷150 mm i rozdzielczości 0,001 mm	dla $\phi 95$ mm = ±8 (norma zakładowa)	0	dla $\phi 95$ mm = ±8,0 (wg wzoru 5)	730

Analizując dane zamieszczone w tabelach oraz wykresy trudno jest jednoznacznie stwierdzić, który z przyrządów jest najbardziej odpowiedni do określonego pomiaru. Podjęcie decyzji wyboru, trzeba uwzględnić szereg czynników. Przede wszystkim należy sprecyzować dopuszczalną wartość niedokładności pomiaru. Niekiedy jest ona mało istotna (przy pomiarach orientacyjnych), a niekiedy wymuszona przez odpowiednie instrukcje i specyfikacje (np. podczas weryfikacji części maszyn). Pomiary dokładne muszą poza tym uwzględnić warunek konieczny, sprecyzowany równaniami (1) i (2). Dostępne funkcje przyrządów cyfrowych (np. zerowanie wskazania wyświetlacza) pozwalają usunąć ewentualne błędy systematyczne, wynikające np. ze zużycia powierzchni pomiarowych. Przyrządy analogowe nie posiadają tej właściwości, zatem w obliczeniach niedokładności należy zawsze uwzględnić błąd systema-

tyczny w postaci tzw. poprawki (błąd bezwzględny pomiaru ze znakiem przeciwnym).

Podsumowanie i wnioski

Na rynku dostępna jest bogata oferta przyrządów pomiarowych zarówno w wersji analogowej i cyfrowej, co świadczy o ciągłym zainteresowaniu na przyrządy obu tych grup. Operator decydując się na zakup przyrządu pomiarowego musi uwzględnić zarówno kryterium niedokładności pomiaru, kryterium kosztu jak również parametry metrologiczne i techniczne. Pozbawione błędów odczytania przyrządy cyfrowe mają zazwyczaj mniejszą niepewność pomiaru w porównaniu z odpowiednikami analogowymi. Cyfrowe urządzenia odczytane uwalniają operatora od interpolowania położenia wskazów i przyporządkowania mu

odpowiedniej liczby. Umożliwiają zatrudnienie operatorów gorzej wykwalifikowanych, co ma duże znaczenie w kontroli jakości produkcji. Wadą ich jest natomiast mała odporność na działanie czynników zewnętrznych. W związku z tym produkowane są przyrządy, które posiadają już zabezpieczenie przed kurzem oraz przed wilgocią.

Można zauważyć tendencję do zastępowania wszystkich dotychczasowych przyrządów analogowych odpowiednikami wyposażonymi w układy elektroniczne i wskaźniki alfanumeryczne. Niektóre przyrządy, ze względu na sposób pomiaru, występują wyłącznie w odmianach cyfrowych np. nowoczesne profilometry przenośne wyświetlają wartości parametrów chropowatości na dużych ciekłokrystalicznych wyświetlaczach w postaci dyskretnej. Analogowe urządzenia odczytowe mają przewagę nad cyfrowymi w sytuacji, gdy obserwowane są tendencje zmian wielkości mierzonej. Ruch wskazówki sygnalizuje czy wartość rośnie czy maleje (np. przy obserwacji poszczególnych etapów procesu przemysłowego, prędkości samochodu czy samolotu). Świadomość istniejących uwarunkowań pozwoli użytkownikowi na optymalny dobór przyrządu pomiarowego.

Literatura

- [1] Adamczak S., Makiela W. (2004): Metrologia w budowie maszyn. Zadania z rozwiązaniami. WNT, Warszawa.
- [2] Białas S. (1999): Metrologia techniczna z podstawami tolerowania wielkości geometrycznych dla mechaników. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- [3] Dąbrowski L., Filipowski R., Łubkowski K., Nowicki B., Perończyk J., Skalski K., Zawora J. (2001): Metrologia wielkości geometrycznych. Ćwiczenia laboratoryjne. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- [4] Dusza J., Gortat G., Leśniewski A. (2002): Podstawy miernictwa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- [5] Jakubiec W., Malinowski J. (1999): Metrologia wielkości geometrycznych. WNT, Warszawa.
- [6] Paczyński P. (2003): Metrologia techniczna. Przewodnik do wykładów, ćwiczeń i laboratoriów. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.