

ANALYSIS OF MODELS DESCRIBING STRESS DISTRIBUTION IN THE SOIL

Summary

The paper evaluates the usability of the model describing stress distribution in the soil, inside the soil wheel track centre. The first part deals with identification of the existing models described in subject literature, relative to the phenomenon of stress distribution in the soil. Moreover, it shows the comparison between the most adequate model and the model elaborated by the author. The stresses were calculated on the basis of the aforementioned models and the results were compared with the results of measurement conducted in laboratory conditions and during the field tests.

ANALIZA MODELI OPISUJĄCYCH ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W GLEBIE

Streszczenie

W artykule oceniono przydatność modelu opisującego rozkład naprężeń w głąb ośrodka glebowego w osi koleiny. Na wstępie dokonano przeglądu modeli literaturowych dotyczących zjawiska rozkładu naprężeń w glebie, a następnie porównano najbardziej adekwatny z nich z modelem zaproponowanym przez autora. Wyniki obliczeń naprężeń wg obu modeli zostały porównane z wynikami pomiarów laboratoryjnych oraz w trakcie badań polowych.

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach zagadnienie degradacji gleby stało się ogólnoswiatowym problemem. Unia Europejska zwróciła uwagę na potrzebę ochrony gleby i uznała, że nadmierne zagęszczenie stanowi główny aspekt wpływający na jej degradację [2].

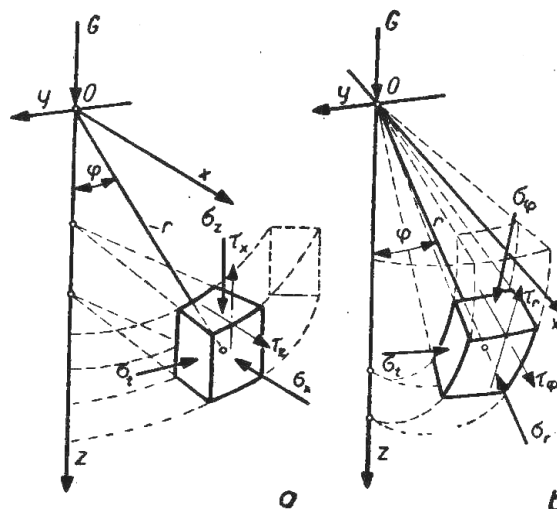
W nowoczesnych gospodarstwach rolnych coraz mniejszą rolę odgrywa sam człowiek. Wysokie wymagania w odniesieniu do wydajności zmuszają do stosowania maszyn we wszystkich rodzajach prac polowych. Przyczyn nadmiernego zagęszczenia gleby można się doszukiwać we wzroście wymiarów geometrycznych stosowanych maszyn, a zatem również i ich masy oraz rosnącej intensyfikacji prac polowych.

Należy dążyć do tego, aby mechanizmy jezdne maszyn i urządzeń rolniczych osiągały maksymalne siły trakcyjne, a jednocześnie wywierały możliwie najmniejsze naciski jednostkowe na podłoże. Oba te aspekty są ze sobą nierozdzielnie związane i można jedynie starać się je optymalizować w zakresie maksymalnej sprawności trakcyjnej. Jest to zagadnienie bardzo skomplikowane, zarówno ze względu na zmienne parametry podłoża, jak i bardzo bogaty asortyment wykorzystywanych opon rolniczych, różniących się parametrami konstrukcyjnymi i eksploatacyjnymi.

Traktując oponę pneumatyczną jako jeden obiekt, a glebę jako drugi, możemy mówić o wzajemnym oddziaływaniu tych obiektów na siebie. Modelowanie zjawisk fizycznych jest uniwersalnym sposobem przewidywania oraz symulacji procesów zachodzących pomiędzy nimi. Wysokie koszty badań podstawowych wynikających z konieczności budowy stanowisk polowych i urządzeń badawczych powodują, że jednym z racjonalnych kierunków badawczych stają się metody symulacyjne z wykorzystaniem nowoczesnych oprogramowań i metod informatycznych. Mogą one stanowić podstawę do prowadzenia różnego typu badań przy obniżonych kosztach.

2. Rozkład naprężeń w glebie - modele

Określeniem rozkładu oraz wartości naprężeń powstałych w glebie zajmowało się wielu badaczy w rozważaniach teoretycznych, bądź przeprowadzając badania empiryczne. Teoretyczne podstawy wyznaczania naprężeń w glebie, dla układu płaskiego, trójwymiarowego i w trójosiowym układzie współrzędnych biegunowych opracował Boussinesq [1] (rys. 1).



Rys. 1. Rozkład naprężeń gleby w układzie trójosiowym
 Fig. 1. Stress distribution in the soil in triaxial co-ordinate system

Przyjmując przypadek działania pionowej siły skupionej G oddziałującej na nieskończenie mały element gleby dF , określił dla układu przedstawionego na rys. 1a wartość działających naprężeń:

$$\sigma_z = \frac{3G}{2\pi \cdot r^2} \cos^3 \varphi. \quad (1)$$

Naprężenie główne biegunowe, działające w kierunku wyznaczonym przez promień r (rys. 1b), przyjmuje postać:

$$\sigma_r = \frac{3G}{2\pi r^2} \cos \varphi. \quad (2)$$

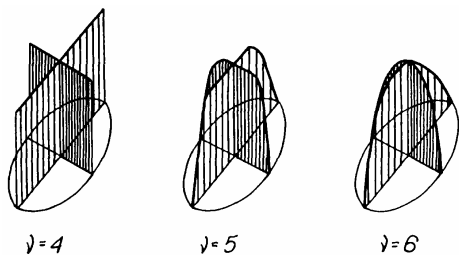
Ustalone zależności wywodzą się jednakże z kryteriów dotyczących izotropowego ciała jednorodnego podlegającego prawu Hooke'a. Natomiast w glebie rzeczywistej, która odkształca się nie tylko sprężysto, ale i plastycznie, rzeczywisty rozkład naprężeń odbiega od teoretycznie określonego równaniami 1 i 2. W glebie rzeczywistej występuje koncentracja naprężeń w miejscu działania obciążenia. Uwzględnił to Frohlich [3] wprowadzając pojęcie czynnika koncentracji naprężeń ν . Równanie na obliczanie naprężenia normalnego pod wpływem punktowego obciążenia przyjmuje postać:

$$\sigma_z = \frac{\nu G}{2\pi r^2} \cos^{\nu} \varphi, \quad (3)$$

gdzie: σ_z – naprężenia normalne, ν – współczynnik koncentracji naprężeń, G – obciążenie punktowe, r – odległość między obciążonym punktem powierzchniowym a rozpatrywanym punktem w glebie, φ – kąt między wektorem r a pionem.

Ponieważ rozkład naprężeń zależy od współczynnika koncentracji ν (rys. 2) otrzymujemy następujące warianty rozkładu naprężeń:

- dla podłoża suchego i sztywnego o jednolitej strukturze, gdzie rozkład ciśnienia działającego na glebę jest równomierny, współczynnik $\nu=4$,
- dla gleby jednorodnej, gdzie rozkład ciśnienia przebiega w przybliżeniu wg linii odpowiadającej paraboli czwartego stopnia $\nu=5$,
- dla miękkiej, wilgotnej gleby, gdzie koncentracja naprężeń i rozkładu ciśnienia przebiega wg linii odpowiadającej paraboli drugiego stopnia $\nu=6$.



Rys. 2. Rozkład ciśnienia gleby zależny od współczynnika koncentracji naprężeń

Fig. 2. Soil pressure distribution for different concentration factors

Przyjmując wartość współczynnika $\nu=3$ otrzymujemy zależność ustaloną przez Boussinesq'a i słuszną dla materiałów izotropowych. Kształt krzywych stałych naprężeń biegunowych σ_r zależy od wartości współczynnika koncentracji naprężeń i wraz z jego wzrostem wzrasta głębokość oddziaływania naprężeń w glebie.

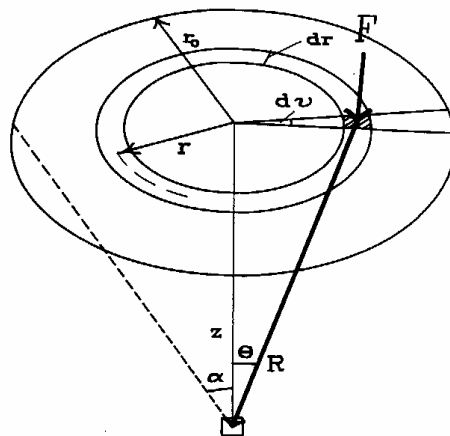
Sołyński [8] podaje zależność określającą wartość naprężeń σ_z w glebie, powstałych w osi powierzchni obciążającej o kształcie kołowym (rys. 3):

$$\sigma_z = p_0 (1 - \cos^{\nu} \alpha_0), \quad (4)$$

gdzie: p_0 – nacisk powierzchni oddziaływującej na glebę, α_0 – kąt zależny od głębokości występowania naprężenia z i promienia powierzchni kołowej R , równy:

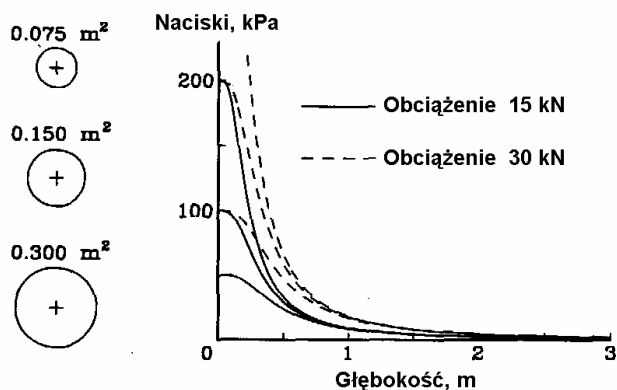
$$\alpha_0 = \arctg\left(\frac{R}{z}\right).$$

Interpretację zależności (4) przeprowadził Olsen [7]. W celu przeanalizowania zagadnienia nacisku wywieranego na glebę przez modelowy element czynny przyjmuje układ płytek pomiarowych o kształtach kołowych i prostokątnych. Wielkość powierzchni płytek ustalana jest na zasadzie podobieństwa geometrycznego przy dobraniu odpowiedniej skali wymiarów geometrycznych. Pole ich powierzchni jest uzależnione od wymiarów gabarytowych opony oraz jej parametrów eksploatacyjnych (średnica D , szerokość B , obciążenie zewnętrzne G , ciśnienie napompowania). Przedstawia w postaci wykresów przebieg zmian naprężeń normalnych w glebie wraz ze wzrostem głębokości, zarówno dla powierzchni kołowych (rys. 4), jak i prostokątnych (rys. 5).



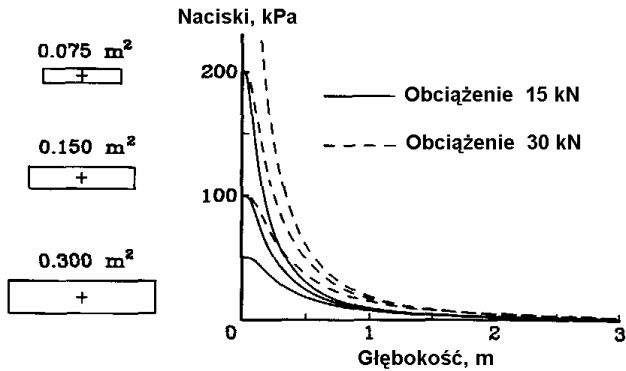
Rys. 3. Schemat kołowej powierzchni kontaktu obciążonej pionowo

Fig. 3. Diagram of circular contact surface with vertical load



Rys. 4. Rozkład naprężeń normalnych w glebie w funkcji głębokości dla powierzchni kołowych

Fig. 4. Normal stress distribution in the soil in depth function for circular contact surfaces



Rys. 5. Rozkład naprężeń normalnych w glebie w funkcji głębokości dla powierzchni prostokątnych
 Fig. 5. Normal stress distribution in the soil in depth function for rectangular contact surfaces

Gleba, będąca podłożem trakcyjnym dla poruszających się maszyn i urządzeń rolniczych, charakteryzuje się zmiennymi parametrami i stanem. Dokładne wyznaczenie tych parametrów jest możliwe w warunkach laboratoryjnych. Badania stanu i właściwości gleby nie dadzą się bezpośrednio przełożyć na warunki polowe. W warunkach polowych wyznaczenie spójności gleby, kąta tarcia wewnętrznego czy też wilgotności wymaga badań statystycznych, wiążących się z wykonaniem, na danym terenie dużej liczby pomiarów w identycznych warunkach.

Utrudnione jest zatem stosowanie dotychczasowych, wywodzących się z mechaniki układu pojazd-teren, równań rozkładu naprężeń w glebie.

W modelu opracowanym przez autora [10] zastąpiono zmienne parametry gleby wielkościami wynikającymi z bezpośredniej współpracy opony z glebą, które mogłyby być mierzone i rejestrowane w sposób ciągły w trakcie trwania pomiarów.

Traktując oponę pneumatyczną jako jeden obiekt, a glebę jako drugi, możemy mówić o wzajemnym oddziaływaniu tych obiektów na siebie. Wielkościami, które charakteryzują ich wzajemne oddziaływanie są głębokość koleiny i ugięcie opony na glebie. Parametry te będą się zmieniać w zależności od stanu i rodzaju gleby.

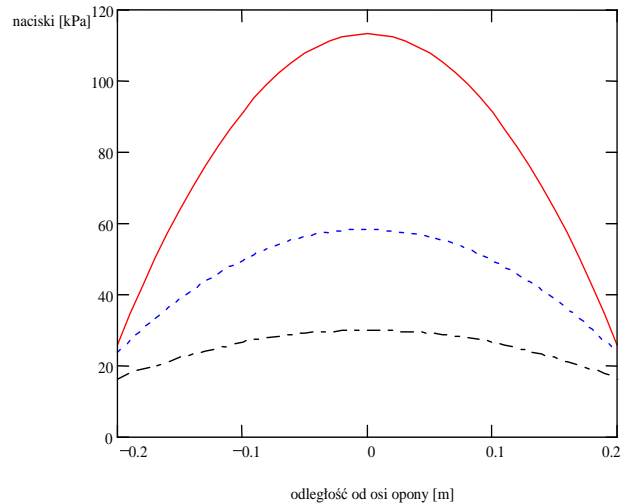
Model matematyczny rozkładu naprężeń w glebie w osi koleiny w funkcji głębokości h_i [10], opracowany przez autora opisuje równanie:

$$p(h_i) = \frac{G}{k_4 \cdot tg \gamma_o (tg \alpha_o + tg \beta_o)} \cdot K_1 \cdot \exp(-K_2 \cdot h_i), \quad (5)$$

$$\text{przy czym: } K_1 = \frac{D}{B} - 1, \quad K_2 = \frac{z}{e \cdot \sqrt{k_4}}, \quad k_4 = \left(\frac{D}{2} - z - e \right)^2 \cdot \frac{\pi}{2},$$

gdzie: G – obciążenie mechanizmu jezdnego, k_4 – współczynnik charakteryzujący parametry konstrukcyjne i eksploatacyjne opony oraz zmienne warunki glebowe [4], D – średnica opony, z – głębokość koleiny, e – ugięcie opony na glebie, K_1 – współczynnik opisujący wymiary opony, B – szerokość opony, K_2 – współczynnik opisujący odkształcenie gleby i opony, $\alpha_o, \beta_o, \gamma_o$ – kąty opasania opony glebą [4].

Naprężenia w glebie osiągają maksymalne wartości w osi koleiny i maleją wraz ze wzrostem odległości od osi opony (rys. 6).



Rys. 6. Rozkład naprężeń w funkcji odległości od osi opony dla trzech głębokości pomiarowych [6]

Fig. 6. Stress distribution in the function of distance from soil wheel track center for three measurement depths

Rozkład naprężeń w glebie w osi koleiny, w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku jazdy w funkcji odległości od osi opony $p(b)$, dla ustalonej głębokości h_i opisuje równanie [10]:

$$p(b) = p(h_i) \cdot \left(1 - \frac{2}{K_2^2} \cdot \exp\left(-\frac{h_i}{\sqrt{k_4}}\right) \cdot b^2 \right) \quad (6)$$

Równanie to pozwala na wyznaczenie wartości nacisków w glebie, w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku jazdy, w funkcji odległości od osi opony, dla założonej głębokości pomiarowej

3. Ocena przydatności modelu rozkładu naprężeń w glebie

Analiza porównawcza modelu opisującego rozkład naprężeń w głąb ośrodka glebowego w osi koleiny (5) odniesiona została jedynie do modelu (4) cytowanego przez Sołtyńskiego [8] i Olsena [7]. Wynika to z powyższego podsumowania stanu wiedzy.

Model (4) opisuje rozkład naprężeń w glebie w funkcji kąta α_o , którego wartość jest bezpośrednio zależna od głębokości występowania naprężenia h_i , podobnie jak w modelu (5) wyprowadzonym przez autora. Nie uwzględnia on jednak wpływu parametrów konstrukcyjnych opony na wielkość wywieranych nacisków przez kołowy pneumatyczny mechanizm jezdny na glebę. Obliczenie wielkości naprężeń wykonano przy pomocy programu komputerowego MathCad 6.0 Plus zgodnie z poniższym równaniem (4):

$$\sigma(h_i) = p_0 (1 - \cos^v \alpha_o).$$

Ponieważ $\cos \alpha_o = \frac{h_i}{\sqrt{R^2 + h_i^2}}$ (rys. 4), dla gleby użytej w

trakcie badań laboratoryjnych współczynnik koncentracji $v=5$, a nacisk powierzchni oddziaływującej na glebę $p_0 = 1,5 \cdot p_{sr}$, gdzie $p_{sr} = \frac{G}{F}$, równanie (4) przyjmuje postać:

$$\sigma(h_i) = 1,5 \cdot \frac{G}{F} \left[1 - \left(\frac{h_i}{\sqrt{R^2 + h_i^2}} \right)^5 \right]. \quad (6)$$

Badania laboratoryjne przeprowadzono w laboratorium glebowym Instytutu Inżynierii Mechanicznej Politechniki Warszawskiej w Płocku, na kanale glebowym, przy wykorzystaniu urządzenia pomiarowego typu „Trak” [9]. W trakcie prowadzonych pomiarów rozkładu naprężeń w glebie w osi koleiny przyjęto, w zależności od typu zastosowanej opony i wartości jej obciążenia zewnętrznego, cztery warianty badań (tab. 1). Czujniki pomiarowe umieszczono w osi koleiny na pięciu głębokościach: $h_1=0,1$; $h_2=0,2$; $h_3=0,3$; $h_4=0,4$; $h_5=0,5$ m.

Tab. 1. Zestawienie przyjętych wariantów badań

Table 1. Accepted test versions

Wariant	Typ opony	Obciążenie zewnętrzne
		G [kN]
A	Stomil 14.9-28/8PR	10
B	Good-Year 14.9-28/8PR	10
C	Stomil 14.9-28/8PR	7
D	Good-Year 14.9-28/8PR	7

Porównanie wyników obliczeń naprężeń wg modelu cytowanego przez Sołtyńskiego i Olsena (4) [8, 7], oraz modelu zaproponowanego przez autora (5) z wynikami badań laboratoryjnych przedstawiono w tab. 2.

Tab. 2. Porównanie wyników obliczeń z wynikami pomiarów

Table 2. Comparison of calculated and measured results

Numer wariantu	Głębokość h_i [m]	Model literaturowy			Model autora		
		σ_{pom} [kPa]	σ_{obl} [kPa]	różnica [%]	p_{pom} [kPa]	p_{obl} [kPa]	różnica [%]
A	0,1	108,2	102,0	6,1	108,2	128,0	15,5
	0,2	88,1	87,9	0,2	88,1	87,1	1,1
	0,3	61,4	66,5	7,7	61,4	59,5	3,2
	0,4	44,8	48,5	7,6	44,8	40,6	10,3
	0,5	25,6	35,7	28,3	25,6	27,8	7,9
B	0,1	112,5	100,0	12,5	112,5	113,0	0,5
	0,2	86,9	85,9	1,2	86,9	81,3	6,9
	0,3	56,0	66,0	15,2	56,0	58,3	4,0
	0,4	44,6	48,2	7,5	44,6	41,9	6,4
	0,5	32,0	35,8	10,6	32,0	30,1	6,3
C	0,1	85,6	75,3	13,7	85,6	95,1	10,0
	0,2	62,5	64,4	3,0	62,5	68,4	8,6
	0,3	44,0	48,0	8,4	44,0	49,2	10,6
	0,4	32,4	34,7	6,6	32,4	35,4	8,5
	0,5	24,1	25,3	4,7	24,1	25,5	5,5
D	0,1	80,0	75,0	6,7	80,0	86,5	8,1
	0,2	57,3	64,2	10,8	57,3	62,9	9,8
	0,3	42,7	47,9	10,9	42,7	45,7	6,6
	0,4	30,5	34,6	11,9	30,5	33,2	8,8
	0,5	25,4	25,3	0,4	25,4	24,1	5,4

Tab. 3. Porównanie wyników obliczeń z wynikami pomiarów

Table 3. Comparison of calculated and measured results

Obciążenie mechanizmu jezdne- go [kN]	Model literaturowy			Model autora		
	σ_{pom} [kPa]	σ_{obl} [kPa]	różnica [%]	p_{pom} [kPa]	p_{obl} [kPa]	różnica [%]
39,17	98,625	105,4	6,9	98,625	96,3	2,4
54,12	134,5	145,7	8,3	134,5	150,0	10,3
38,84	90,65	98,6	8,7	90,65	102,0	11,2
38,92	89,325	104,8	17,3	89,325	99,3	10,0
54,12	139,675	150,7	7,9	139,675	158,0	11,6
87,64	225,6	236,4	4,8	225,6	217,1	3,9

W celu lepszego porównania przebiegu rozkładu naprężeń w funkcji głębokości, obliczone według obu omówionych modeli, przedstawiono na tym samym wykresie dla poszczególnych wariantów pomiarowych (linia punktowa – model literaturowy, linia ciągła – model autora) (rys. 7-10).

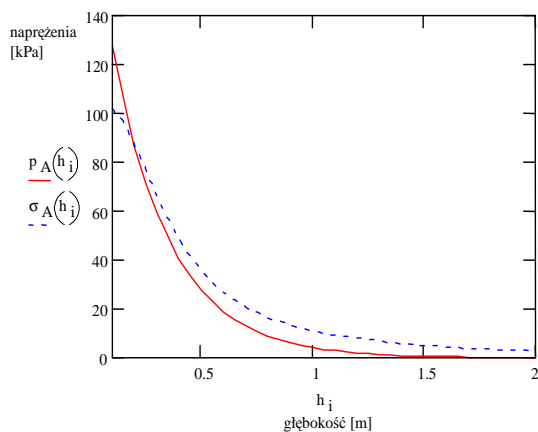
Różnice między wartościami pomiarowymi naprężeń, a obliczonymi według modelu opisanego przez Sołtyńskiego [8] i Olsena [7] dochodzą do 28%. Dla modelu przedstawionego przez autora różnice te nie przekraczają 16%.

Badania polowe przeprowadzono w Federalnym Centrum Rolnictwa w Brunzwicku [5], na polu piaszczysto-gliniastym. Obiektem badań była opona napędowa Michelin 20.8R38xH108. Zmiennym parametrem badań było obciążenie zewnętrzne mechanizmu jezdne-
go.

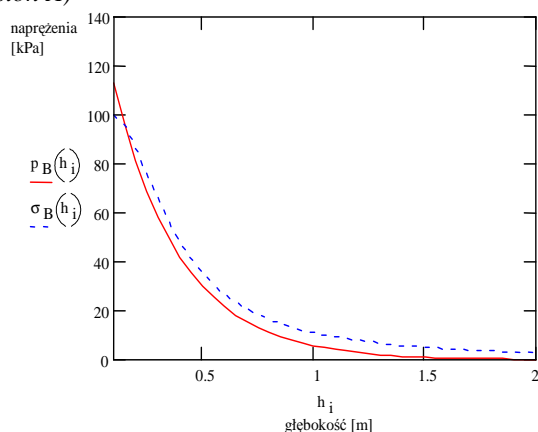
Urządzenie do badań polowych zostało zamontowane na kombajnie Claas (rys. 11).

Wartości parametrów charakteryzujących współpracę opony z glebą zmierzono z wykorzystaniem czujników pomiarowych zaprojektowanych w ramach współpracy między Instytutem Inżynierii Mechanicznej w Płocku a Federalnym Centrum Rolnictwa w Brunzwicku (rys. 12).

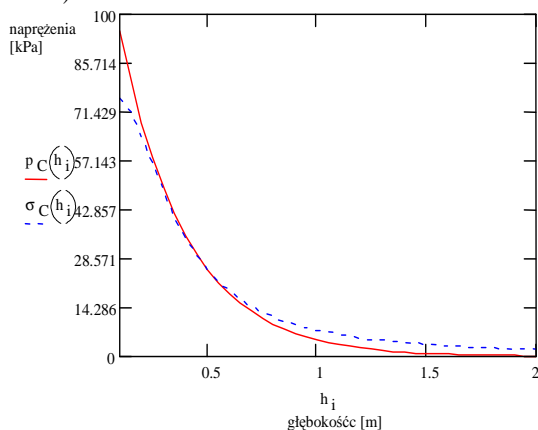
Wyniki badań polowych wykazują, że różnice między wartościami pomiarowymi naprężeń, a obliczonymi według modelu opisanego przez Sołtyńskiego [8] i Olsena [7] wahają się w granicach od 4,8 do 17,3%. Dla modelu przedstawionego przez autora różnice te wynoszą od 2,4 do 11,6%.



Rys. 7. Rozkład naprężeń wg omawianych modeli (war. A)
Fig. 7. Stress distribution according to discussed models (version A)



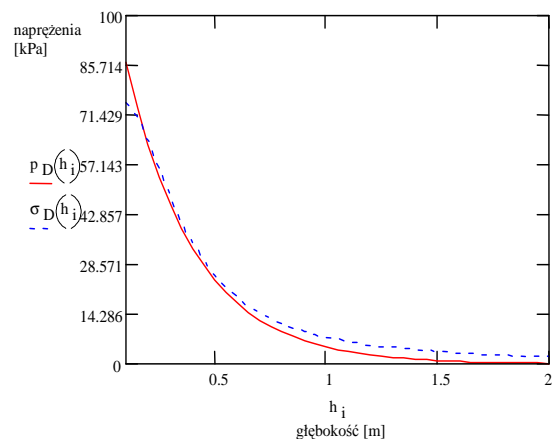
Rys. 8. Rozkład naprężeń wg omawianych modeli (war. B)
Fig. 8. Stress distribution according to discussed models (version B)



Rys. 9. Rozkład naprężeń wg omawianych modeli (war. C)
Fig. 9. Stress distribution according to discussed models (version C)

Literatura

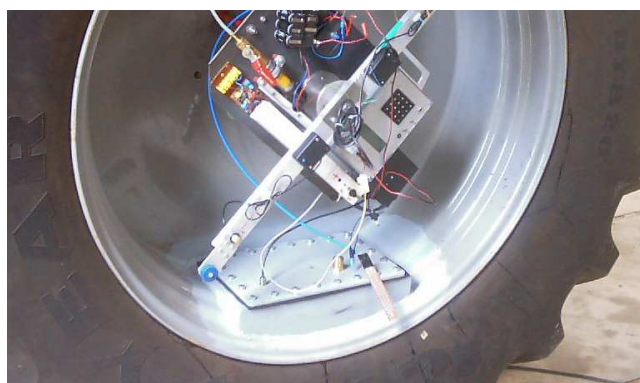
- [1] Boussinesq, J.: Application des Potentiels à l'étude de l'équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paryż, 1885, s. 30.
- [2] Commission of the European Communities – Communication from the Commission to the Council, the European Parliament, the Economic and Social Committee and the Committee of the Regions – Towards a Thematic Strategy for Soil Protection. Bruksela, 2002, s.35.
- [3] Frohlich O.K.: Druckverteilung im Baugrund. Wiedeń, 1934, s.178.
- [4] Jakliński L.: Modele oddziaływania koła pneumatycznego na glebę. Prace Naukowe, Mechanika, z.175, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1999.



Rys. 10. Rozkład naprężeń wg omawianych modeli (war. D)
Fig. 10. Stress distribution according to discussed models (version D)



Rys. 11. Urządzenie do badań polowych opon rolniczych
Fig. 11. The research mechanism for field tests



Rys. 12. Widok koła z zamontowanymi czujnikami pomiarowymi
Fig. 12. The wheel with installed sensors

- [5] Jakliński L., Jasiński B., Sommer C., Lebert M.: The field test verification of new mathematical model for the calculation of individual soil-tire stresses. IV International Scientific Conference, Microprocessor Systems In Agriculture, Płock, 2001, s.62-67.
- [6] Kruszewski Z., Jakliński L., Michalak G.: Ocena rozkładu naprężeń powstających w glebie przy ruchu po niej mechanizmów jezdnych. Sprawozdanie IMiUR, NB-202/2 Etap I-III, Płock, 1983-1985.
- [7] Olsen H.J.: Calculation of subsoil stresses. Soil & Tillage Research, 1994, Vol.29, s.111-123.
- [8] Sołtyński A.: Mechanika układu pojazd-teren. MON, Warszawa, 1966.
- [9] Sołtyński A.: Trak - stanowisko do laboratoryjnych badań trakcyjnych pojedynczych mechanizmów jezdnych pracujących w glebie. IBMER, Warszawa, 1969, No.3(62).
- [10] Stasiak W.: Modele propagacji nacisków w glebie generowanych przez oponę. Rozprawa doktorska, Płock, 2003.