

## MOVEMENT DYNAMICS OF AGRICULTURAL UNIT MOVING ON PUBLIC ROADS

### Summary

The article presents the physical and mathematical model of agricultural unit together with computer simulation of the dynamics during its movement on the eight-shaped test track. In the study, it was adopted flat, two-wheeled tractor model including, by forces applied to the hitch pin, trailer's impact on the behavior of unit. The study is carried out for future construction of a driver, as to ensure movement's safety of agricultural unit on public roads. The identified model takes into account not only the lateral stiffness of the vehicle's suspension, but also the tires' stiffness. Its implementation uses Matlab environment.

**Key words:** agricultural machines; public roads; movement; dynamics; modelling; mathematical models; simulation

## DYNAMIKA RUCHU AGREGATU ROLNICZEGO PORUSZAJĄCEGO SIĘ PO DROGACH PUBLICZNYCH

### Streszczenie

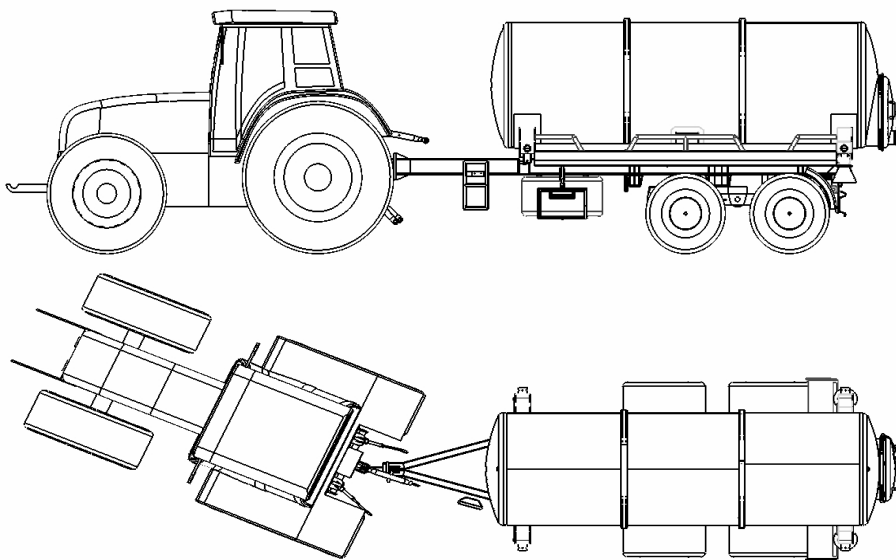
W artykule przedstawiono model fizyczny oraz matematyczny agregatu rolniczego wraz z symulacją komputerową jego dynamiki przy poruszaniu się po torze prób w kształcie „ósemki”. Przyjęto w ramach studium płaski model dwukołowy „jednośladowy” ciągnika uwzględniający, poprzez siły przyłożone na czop zaczepu, wpływ przyczepy na zachowanie ruchu agregatu. Studium to wykonane jest w celu przyszłościowego skonstruowania sterownika, pozwalającego na zapewnienie bezpieczeństwa ruchu agregatu rolniczego po drogach publicznych. W zidentyfikowanym modelu uwzględnia się nie tylko sztywność poprzeczną zawieszek pojazdu, lecz również sztywności opon. Do jego implementacji zastosowano środowisko Matlab.

**Słowa kluczowe:** maszyny rolnicze; drogi publiczne; ruch; dynamika; modelowanie; model matematyczny; symulacja

### 1. Wstęp

Dynamika ruchu agregatu rolniczego po drogach publicznych znacznie różni się od dynamiki tego agregatu wykonującego określone zadania polowe ze względu na występujące różnice w prędkościach poruszania się oraz rodzajów nawierzchni. Rozpatrzono dla przykładu (rys. 1) agregat rolniczy, składający się z beczkowozu oraz ciągnika rolniczego.

Pojazdy tego typu mogą poruszać się po drogach publicznych z prędkościami wynikającymi z możliwości ruchowych ciągnika, np. 40 km/h (obecnie produkowane ciągniki rolnicze mogą rozwijać prędkości do 65 km/h). Prędkość 40 km/h przy pokonywaniu przez agregat łuków drogi publicznej jest znaczącą z punktu widzenia czynnego bezpieczeństwa ruchu (rys. 2).



Rys. 1. Agregat rolniczy, np. wóz asenizacyjny + ciągnik rolniczy  
Fig. 1. Agricultural unit e.g. slurry tanker + tractor



Rys. 2. Podział problematyki bezpieczeństwa ruchu drogowego  
Fig. 2. Division of road safety issues

Bezpieczeństwo czynne, w którego skład wchodzi między innymi kierowalność oraz stateczność ruchu pojazdu, są głównymi elementami rozpatrywanymi w ramach rozwiązywania problemów dynamiki pojazdu, dla którego należy zbudować model adekwatny do reprezentowania badanych zjawisk, jakie zachodzą w czasie ruchu agregatu rolniczego.

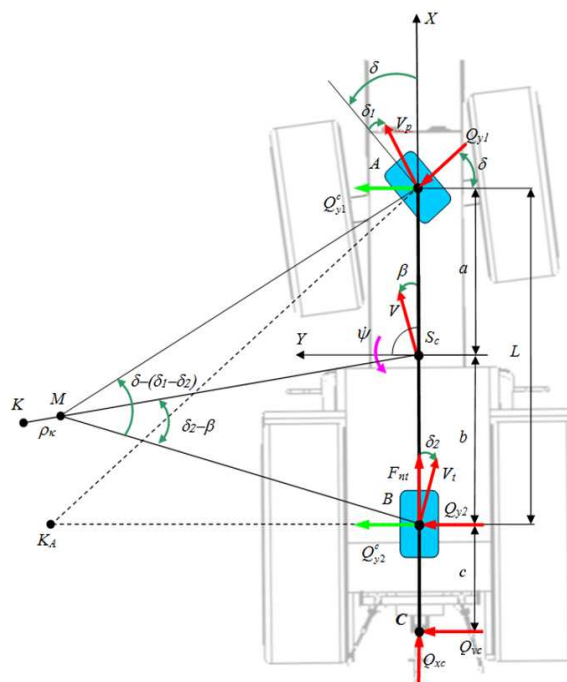
## 2. Model fizyczny

Model fizyczny przyjętego do studium dynamiki agregatu rolniczego przedstawiono na rys. 3. Dla uproszczenia rozpatrywania dynamiki takiego pojazdu przyjęto model jednośladowy, ponieważ rozważano dynamikę poprzeczną w aspekcie studium stateczności ruchu.

Analizując normy [1, 2, 3, 4] oraz liczną literaturę tematu [5, 6, 7, 8] stwierdzić można, iż wyznaczaniu i analizie podlegają zazwyczaj takie wielkości fizyczne, jak:

- $a_y$  - przyspieszenie poprzeczne; składowa poprzeczna wektora przyspieszenia środka masy pojazdu w spoziomowanym układzie współrzędnych,
- $R$  - promień toru ruchu środka masy pojazdu,
- $\Delta_{ys}$  - poprzeczne odchylenie trajektorii środka masy pojazdu od trajektorii odniesienia,
- $V_s$  - prędkość środka masy pojazdu; prędkość środka masy pojazdu względem nieruchomego układu współrzędnych,
- $\beta$  - kąt bocznego znoszenia pojazdu; kąt między składową poziomą prędkości środka masy pojazdu i krawędzią przecięcia płaszczyzny poziomej z płaszczyzną symetrii pojazdu,
- $\psi$  - prędkość kątowa odchylenia, prędkość obrotu pojazdu w płaszczyźnie jezdni.

Analiza tego zestawu wielkości fizycznych, jak i możliwości pomiarowych prowadzi do wniosku, że do prostej analizy zachowania się agregatu rolniczego w ruchu krzywoliniowym możliwe jest użycie modelu od kilku do kilkunastu stopni swobody.



Rys. 3. Model „jednośladowy” ciągnika rolniczego poruszającego się po łuku drogi  
Fig. 3. Bicycle model of a tractor moving along a path arc

Zakłócenia w postaci wymuszeń kinematycznych drogi zostały pominięte. Założono jazdę po równej, gładkiej nawierzchni – są to warunki, jakie z kolei zapewniono podczas badań eksperymentalnych. Założenie to jest słuszne dla zakresu analizowanych częstotliwości drgań nie przekraczających 25 Hz. Zapewnia to ich porównywalność.

### 3. Model matematyczny

Dla rozpatrzenia dynamiki poprzecznej dla modelu agregatu ciągnik–przyczepa wprowadzono podstawowe parametry wynikające z ruchu środka ciężkości wg równań:

- prędkość środka ciężkości określamy w postaci:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{predkosc wzdłużna} \\ \text{predkosc poprzeczna} \\ \text{predkosc pionowa} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\vec{v}| \cos \beta \\ |\vec{v}| \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix},$$

- wektor przyspieszenia wg zależności

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{v} \cos(\beta) - v \sin(\beta) \cdot \dot{\beta} \\ \dot{v} \sin(\beta) + v \cos(\beta) \cdot \dot{\beta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \sin \beta \\ v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{[-v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \sin \beta]^2 + [v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta]^2 + [0]^2} = v(\dot{\psi} + \dot{\beta})$$

Siły boczne działające na koła można określić za pomocą równań:

$$Q_{y1} = K_{\delta 1} \cdot \delta_1, \quad K_{\delta 1} = f(Q_z),$$

$$Q_{y2} = K_{\delta 2} \cdot \delta_2, \quad K_{\delta 2} = f(Q_z),$$

gdzie:

$K_{\delta}$  – współczynnik sztywności poprzecznej kół agregatu,  
 $\delta$  – kąt znoszenia dla kół odpowiedniej osi agregatu,

przy czym przyjęto założenie, że sztywność poprzeczna (zawieszenie osi oraz opony) jest liniowa, co można założyć dla przyspieszeń poprzecznych mniejszych od 4 m/s<sup>2</sup>, natomiast siły poprzeczne pochodzące od przyczepy można określić na podstawie równania momentów względem punktu A i B w postaci:

$$Q_{y1}^c = \frac{Q_{yc} \cdot c}{L},$$

$$Q_{y2}^c = -\frac{Q_{yc} \cdot (L + c)}{L}.$$

Równania ruchu pojazdu z uwzględnieniem oddziaływania przyczepy można określić na podstawie zasady d'Alamberta:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F},$$

gdzie:

$$m \begin{pmatrix} -v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \sin \beta \\ v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta \end{pmatrix} = \vec{F} = \begin{pmatrix} \Sigma Q_x \\ \Sigma Q_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x + Q_{xc} - Q_{y1} \sin \delta \\ Q_{y1} \cos \delta + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c \end{pmatrix}.$$

Przy założeniu, że kąt znoszenia agregatu oraz kąt odchylenia na drodze publicznej jest nieznaczny z racji dużych sztywności poprzecznych pojazdu, możemy zapisać, że:

$$\lim_{|\beta|, |\dot{\beta}|, |\delta|, |\dot{\delta}|, |\dot{\psi}| \rightarrow 0} : m \begin{pmatrix} 0 \\ v(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Q_{y1} \cos \delta + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c \end{pmatrix}$$

Wobec czego w kierunku poprzecznym działają siły:

$$mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta = Q_{y1} \cos \delta + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c,$$

przy założeniu impulsowego wymuszenia, które pojawia się w czasie podwójnej zmiany pasa ruchu:

$$\lim_{|\beta|, |\dot{\beta}| \rightarrow 0} : Q_{y1} \cos \delta + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c = Q_{y1} + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c,$$

i ostatecznie można zapisać równanie równowagi dynamicznej dla oddziaływania sił poprzecznych:

$$\lim_{|\beta|, |\dot{\beta}| \rightarrow 0} : mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = Q_{y1} + Q_{y2} + Q_{y1}^c + Q_{y2}^c.$$

Kolejnym krokiem w analizie ruchu poprzecznego agregatu jest zdefiniowanie równania równowagi względem osi OZ:

$$J \cdot \varepsilon = M,$$

można je rozpisać z uwzględnieniem sił działających wg zależności:

$$I_{zz} \ddot{\psi} = Q_{y1} \cos \delta \cdot a + Q_{y1}^c \cdot a - Q_{y2} \cdot b - Q_{y2}^c \cdot b.$$

Przy założeniu impulsowych wymuszeń można przyjąć, że:

$$\lim_{|\beta|, |\dot{\beta}| \rightarrow 0} : Q_{y1} \cos \delta \cdot a + Q_{y1}^c \cdot a - Q_{y2} \cdot b - Q_{y2}^c \cdot b = Q_{y1} \cdot a + Q_{y1}^c \cdot a - Q_{y2} \cdot b - Q_{y2}^c \cdot b$$

stąd:

$$\lim_{|\beta|, |\dot{\beta}| \rightarrow 0} : I_{zz} \ddot{\psi} = (Q_{y1} + Q_{y1}^c) \cdot a - (Q_{y2} + Q_{y2}^c) \cdot b.$$

Dla pełnego zdefiniowania współrzędnych ruchowych pojazdu należy określić:

- *kąt odchylenia koła przedniego*, przy założeniu ruchu krzywoliniowego i wynikającego z niego twierdzenia, że:

$$\rho_k = \frac{v}{(\dot{\psi} + \dot{\beta})}$$

oraz

$$\vec{v}_p = \begin{pmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta + a \dot{\psi} \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{v}_p(\delta, \alpha) = \begin{pmatrix} v_p \cos(\delta - \alpha_p) \\ v_p \sin(\delta - \alpha_p) \\ 0 \end{pmatrix},$$

kąt odchylenia koła przedniego wyniesie:

$$\lim_{\beta \rightarrow 0, \delta - \alpha_p \rightarrow 0} \alpha_p = \delta - \beta - a \frac{\dot{\psi}}{v},$$

- *kąt odchylenia koła tylnego*,

przy podobnych założeniach jak poprzednio, przyjmując:

$$\vec{v}_t = \begin{pmatrix} v \cos \beta \\ v \sin \beta - b \dot{\psi} \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{v}_t(\alpha_t) = \begin{pmatrix} v_t \cos \alpha_t \\ -v_t \sin \alpha_t \\ 0 \end{pmatrix},$$

uzyskuje się

$$\lim_{\alpha_t \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0} \alpha_t = -\beta + b \frac{\dot{\psi}}{v},$$

wobec czego:

$$\delta_1 = \delta - \beta - a \frac{\dot{\psi}}{v}, \quad \delta_2 = -\beta + b \frac{\dot{\psi}}{v}.$$

Po przekształceniach matematycznych uzyskuje się prędkość kąta odchylenia agregatu wg równania:

$$\dot{\beta} = \left( -\frac{mv^2 + K_{\delta 1}a - K_{\delta 2}b}{mv^2} \right) \dot{\psi} - \left( \frac{K_{\delta 1} + K_{\delta 2}}{mv} \right) \beta + \frac{K_{\delta 1}}{mv} \delta + \frac{Q_{y1}^C + Q_{y2}^C}{mv}.$$

Postępując podobnie jak poprzednio, z równania równowagi sił względem osi OZ

$$I_{zz} \ddot{\psi} = (Q_{y1} + Q_{y1}^C) \cdot a - (Q_{y2} + Q_{y2}^C) \cdot b$$

otrzymano:

$$\ddot{\psi} = \left( -\frac{K_{\delta 1}a^2 + K_{\delta 2}b^2}{I_{zz}v} \right) \dot{\psi} - \left( \frac{K_{\delta 1}a - K_{\delta 2}b}{I_{zz}} \right) \beta + \frac{K_{\delta 1}a}{I_{zz}} \delta + \frac{Q_{y1}^C a - Q_{y2}^C b}{I_{zz}}.$$


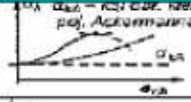


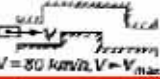

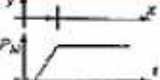
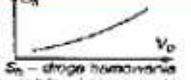
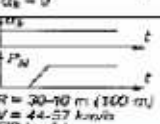
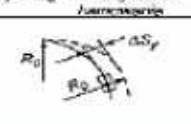
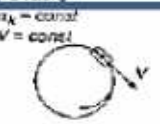
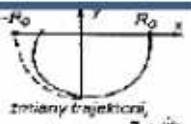



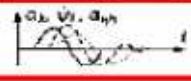
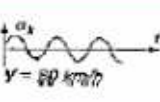

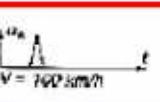
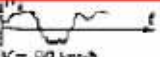

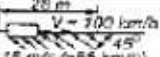
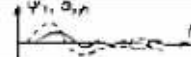
Ostatecznie równania te można przedstawić w postaci:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{K_{\delta 1}a^2 + K_{\delta 2}b^2}{I_{zz}v} & -\frac{K_{\delta 1}a - K_{\delta 2}b}{I_{zz}} \\ -\frac{mv^2 + K_{\delta 1}a - K_{\delta 2}b}{mv^2} & -\frac{K_{\delta 1} + K_{\delta 2}}{mv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_{\delta 1}a}{I_{zz}} \\ \frac{K_{\delta 1}}{mv} \end{pmatrix} \delta + \begin{pmatrix} \frac{Q_{y1}^C a - Q_{y2}^C b}{I_{zz}} \\ \frac{Q_{y1}^C + Q_{y2}^C}{mv} \end{pmatrix}$$

#### 4. Symulacja komputerowa

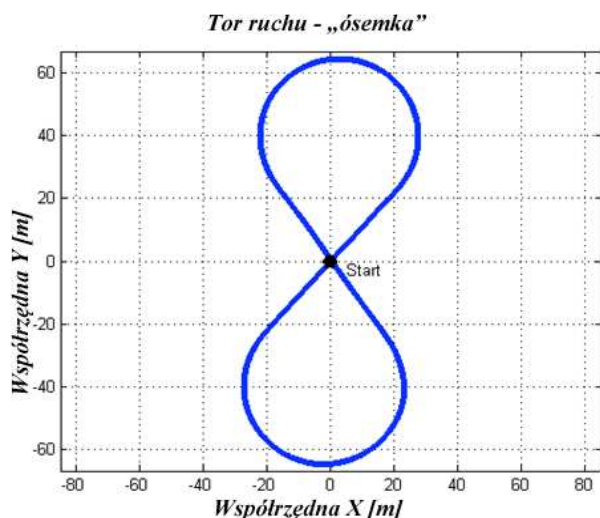
Dla agregatów rolniczych nie ma jednoznacznie zdefiniowanych norm, według których można by było wykonać badania poligonowe oraz symulacyjne. Korzysta się w tym przypadku z norm proponowanych dla pojazdów samochodowych, które są tylko normami zalecanymi, a nie obowiązującymi. Dla przykładu przedstawiono wybrane normy w tab. 1.

Tab. 1. Podstawowe testy badania pojazdów samochodowych  
Table 1. Basic tests of automobile vehicles research

Nazwa testu	Tor ruchu, wymuszenie	Dziedzina analizy	Przykładowa postać wyników	Norma ISO, kraj inicjujący badania
Ruch ustalony po okręgu		przyspieszenie poprzeczne		ISO 4138
		przyspieszenie poprzeczne		
Manewr podwójnej zmiany pasa ruchu		czas		ISO TR 3888
Hamowanie prostoliniowe		czas		ISO 6597
Hamowanie na łuku		opóźnienie pojazdu		ISO 7975
		czas		
Ruch ustalony po okręgu – zdjęcie nogi z pedału gazu		czas		ISO 9816
Wymuszenie skokowe		czas częstotliwość		ISO 7401 USA, Niemcy
Jeden okres sinusoidy		czas		ISO 7401 ISO TR 8725 Szwecja
Wymuszenie sinusoidalne ciągłe		częstotliwość		ISO 7401 ISO DP 8726 ISO/TC22/SC9: N227 N228 Niemcy
Wymuszenie impulsowe				ISO 7401 ISO/TC22/SC9: N229 Japonia
Wymuszenie losowe				ISO 7401 Anglia, Niemcy
Reakcja na boczny wiatr		czas		ISO 12021 Niemcy, Holandia



Ponadto pojazd powinien spełniać wymagania w zakresie realizacji procesu technologicznego. W tym zakresie przyjęto, że najbardziej odpowiednim testem będzie badanie kierowności przeprowadzane dla pojazdów osobowych w postaci jazdy po krzywej przedstawionej na rys. 4.



Rys. 4. Kształt toru ruchu agregatu rolniczego w aspekcie badania kierowności

Fig. 4. The shape of the trajectory of agricultural unit in terms of steerability tests

W celu określenia wszystkich parametrów związanych z określeniem dynamiki, do dalszych badań przyjęto pojazd przedstawiony na rys. 5. Służy on rolnikom do przewożenia nie tylko płodów rolnych, lecz również zwierząt. Do przewozu zwierząt stosowane są specjalne zabudowy skrzyni. Naczepa wyposażona jest w specjalny układ hamulcowy.



Rys. 5. Pojazd przeznaczony do badań stateczności ruchu oraz kierowności

Fig. 5. Vehicle designed for movement stability and steerability tests

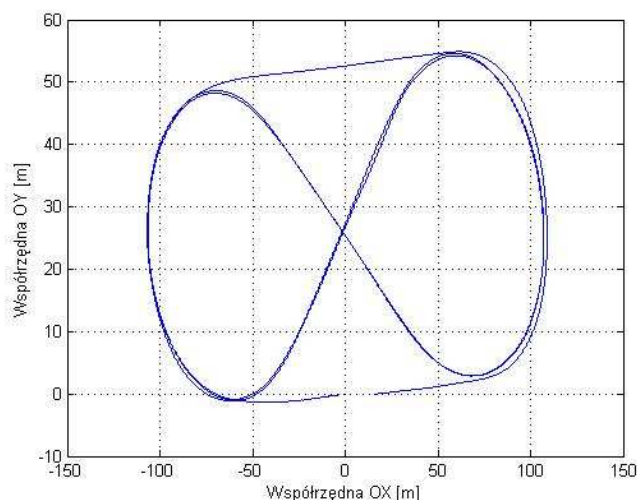
Dla pojazdu przedstawionego na rys. 5 przyjęto następujące dane:

- masa pojazdu –  $m = 2120$  kg,
- moment bezwładności pojazdu względem pionowej osi przechodzącej przez środek ciężkości oraz prostopadłej do poziomej płaszczyzny pojazdu –  $I_{zz} = 4056$   $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$ ,
- współczynnik odporności na znoszenie kół przedniej osi –  $K_{\delta_1} = 23769$   $[\text{N}/\text{rad}]$ ,
- współczynnik odporności na znoszenie kół tylnej osi –  $K_{\delta_2} = 55397$   $[\text{N}/\text{rad}]$ ,

- wymiary przedstawione na rys. 3 –  $a = 1.303$   $[\text{m}]$ ,  
 $b = 1.691$   $[\text{m}]$ ,  $c = 0.1$   $[\text{m}]$ .

(Szczegóły wyznaczania tych wartości przedstawione zostaną w kolejnym artykule pt. "Identyfikacja parametryczna obiektów ruchomych na przykładzie agregatu rolniczego").

W celu wstępnego sprawdzenia własności zaproponowanego modelu przeprowadzono szereg symulacji umożliwiających określenie wpływu przyczepy na zachowanie analizowanego pojazdu rolniczego. Uzyskane rezultaty porównano z wynikami otrzymanymi z pomiarów. Podczas symulacji przyjęto, że pojazd porusza się ze stałą prędkością, a parametrem sterującym (wejściowym) symulacji był kąt skrętu kół kierowanych. Symulacje przeprowadzono dla samego pojazdu oraz pojazdu z przyczepą pustą i pełną. Wpływ przyczepy w modelu uwzględniony został poprzez siły przyłożone na czop zaczepu kulowego. We wszystkich analizowanych przypadkach pojazd poruszał się po torze w postaci ósemki przedstawionej na rys. 6.



Rys. 6. Tor ruchu pojazdu podczas prób prowadzonych na płycie lotniska Bednary

Fig. 6. Vehicle track during tests carried out on the Bednary airport

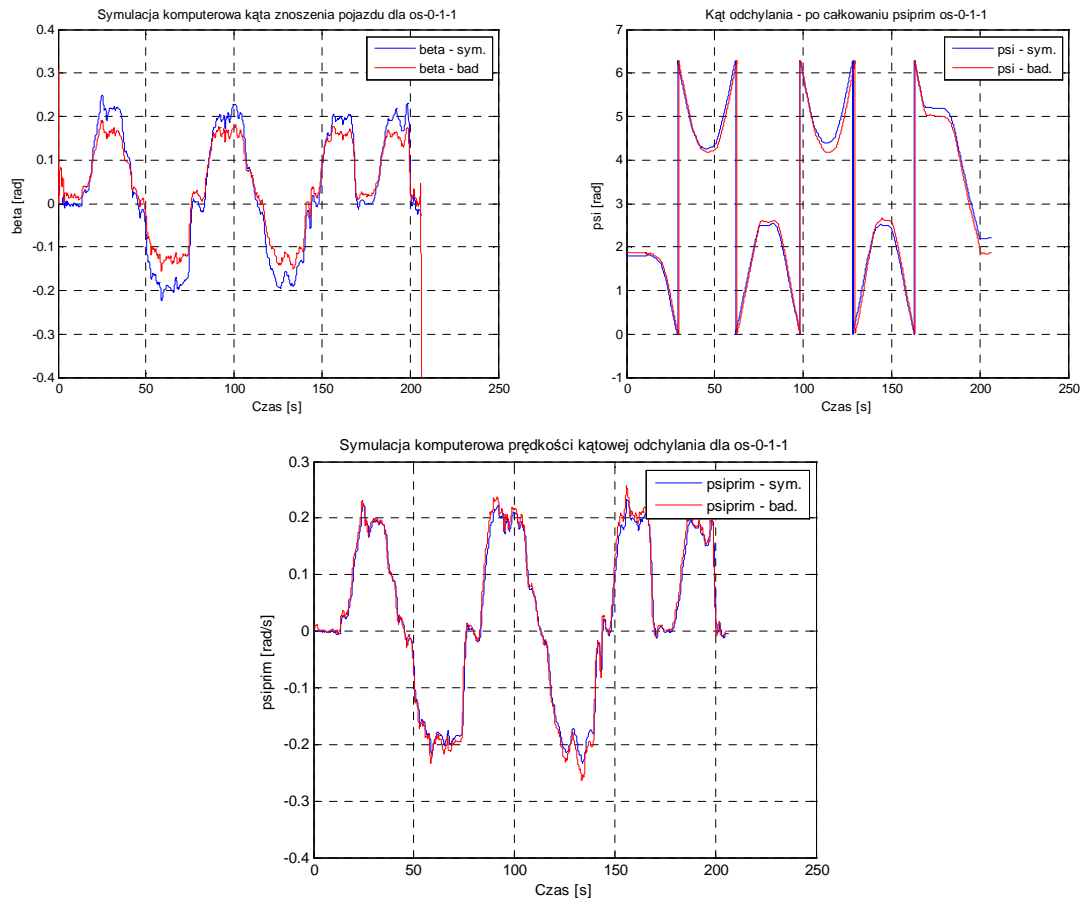
W ramach prób wykonywano przejazdy:

- samochodem bez przyczepki – oznaczenie wyników „os-0-1-1”,
- samochodem z pustą przyczepką – oznaczenie wyników „os-s-p0-1-1I”,
- samochodem z załadowaną przyczepką – oznaczenie wyników „osemka-s-p1-1”.

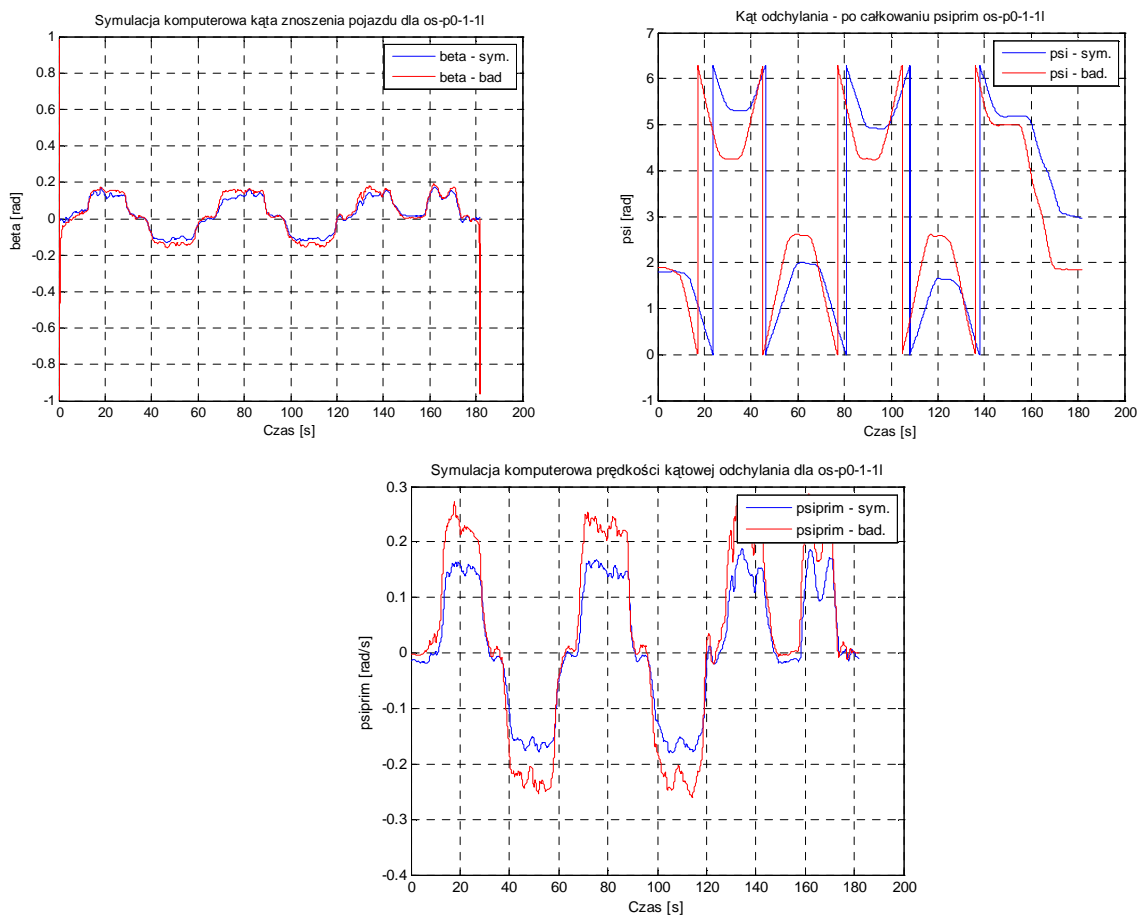
Dla samochodu bez przyczepki, po przeprowadzeniu symulacji komputerowej, uzyskano następujące przebiegi kąta znoszenia  $\beta$ , kąta odchylenia  $\psi$  oraz prędkości kątowej odchylenia  $\psi$  (rys. 7).

Na rys. 7 zilustrowano zestawienie wyników obliczeń symulacyjnych i badań eksperymentalnych dla samochodu bez przyczepki. Można zauważyć dużą zgodność wyników potwierdzającą prawidłowy opis matematyczny pojazdu rolniczego.

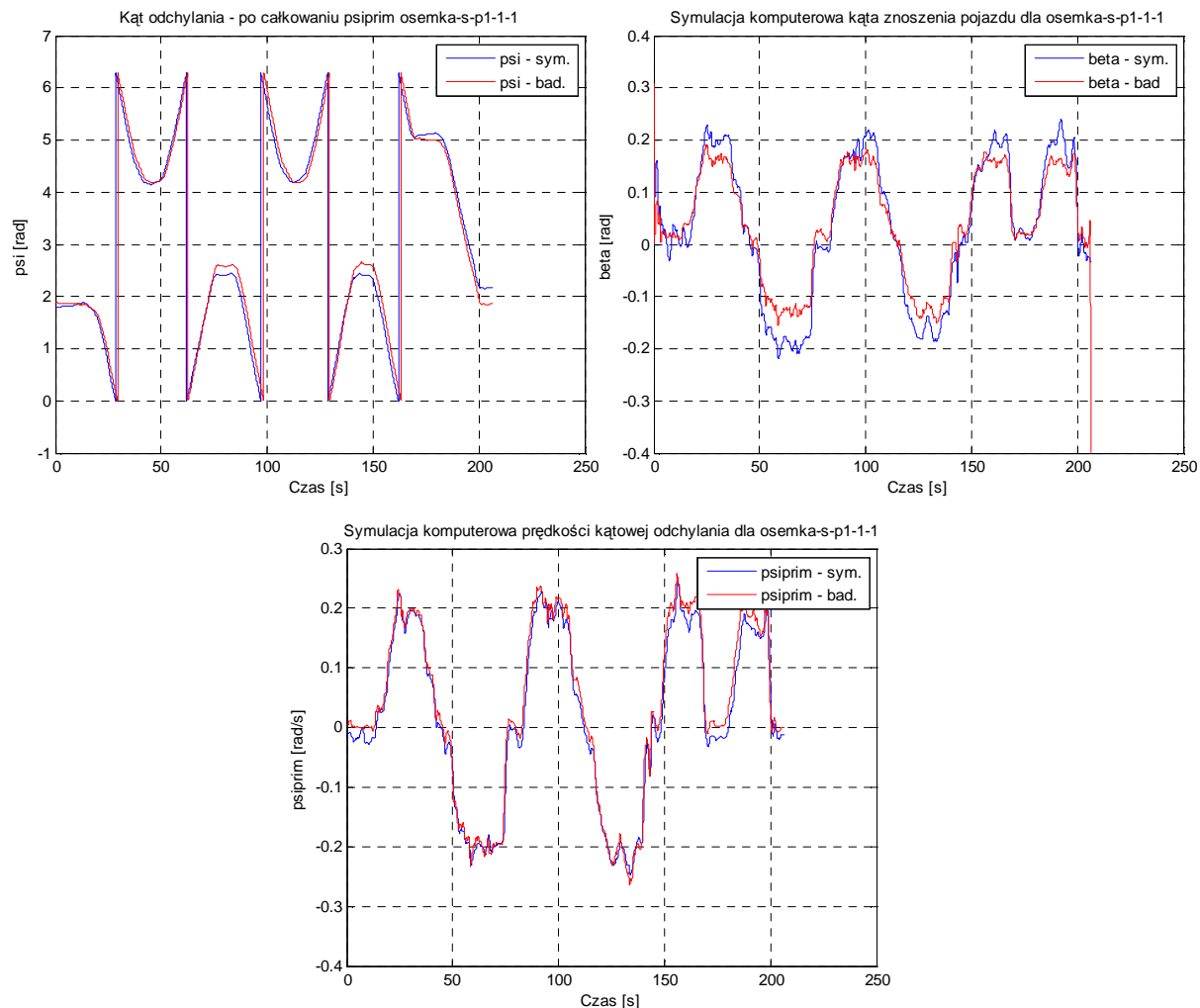
Na rys. 8–9 przedstawiono zestawienie wyników obliczeń symulacyjnych i badań eksperymentalnych dla samochodu z przyczepką pustą oraz załadowaną. Zgodnie z oczekiwaniami, wpływ przyczepy pustej na dynamikę samochodu jest znaczny. Występują szarpania, których nie obserwujemy w czasie ruchu agregatu z przyczepką załadowaną.



Rys. 7. Kąt znoszenia pojazdu, kąt odchylenia oraz prędkość kątowa odchylenia – samochód bez przyczepki  
 Fig. 7. Vehicle's drift angle, yaw angle and deflection angular velocity - a car without a trailer



Rys. 8. Kąt znoszenia pojazdu, kąt odchylenia oraz prędkość kątowa odchylenia – samochód z przyczepką pustą  
 Fig. 8. Vehicle's drift angle, yaw angle and deflection angular velocity - a car with an empty trailer



Rys. 9. Kąt znoszenia pojazdu, kąt odchylenia oraz prędkość kątowa odchylenia – samochód z przyczepką załadowaną  
 Fig. 9. Vehicle's drift angle, yaw angle and deflection angular velocity – car with a loaded trailer

## 5. Podsumowanie

Przeprowadzone testy wykazały, że model reaguje właściwie na zmiany parametrów i osiąga wyniki zgodne z oczekiwaniami. Wymaga jednak dalszych prac związanych z identyfikacją parametrów.

W wyniku prowadzonych prac (uszczerbowienie modelu i identyfikacja parametrów na podstawie badań eksperymentalnych) opracowane zostanie narzędzie, które będzie można skutecznie wykorzystać do przewidywania własności trakcyjnych agregatów rolniczych dla różnych maszyn przed budową prototypów.

## 6. Bibliografia

[1] Kleczkowski A.: Projekt Normy Zakładowej Ośrodka Badawczo-Rozwojowego Samochodów Małolitrażowych

w Bielsku Białej: Kierowalność i stateczność. Metody, wskaźniki ocen, wymagania (nie publikowane), 1988.

[2] Norma ISO 4138 Road Vehicles - Steady state circular Test Procedure, 1982.

[3] Norma ISO ISO/TR 3888 Road Vehicles - Test Procedure for a Severe Lane Change Manoeuvre, 1975.

[4] Norma ISO 7401 Road Vehicles - Lateral Transient Response Test Method, 1988.

[5] Andrzejewski R.: Stabilność ruchu pojazdów samochodowych. Warszawa: WNT, 1997.

[6] Chrostos J.P., Grygier Experimental Testing of 1994 Ford Taurus for NADSdyna Validation. Vehicle Research P.A. & Test Center, SAE Paper 970563, 1997.

[7] Lowndes E.: Development of an Intermediate DOF Vehicle Dynamics Model for Optimal Design Studies. Praca doktorska, North California State University - Raleigh, 1998.

[8] Lozia Z.: Analiza ruchu samochodu dwuosioowego na tle modelowania jego dynamiki., Prace Naukowe - Transport - Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1998.